

修士論文

連星種ブラックホールへのガス降着
と軌道進化

京都大学大学院理学研究科

物理学・宇宙物理学専攻物理学第二教室

天体核研究室

鈴木智也

2023年8月8日

概要

銀河中心には普遍的に超巨大質量ブラックホール (Supermassive black Hole, SMBH) が存在するがその起源は未だにわかっていない。加えて近年の観測により、 $z \sim 6-7$ といった高赤方偏移の宇宙で $10^7-10 M_{\odot}$ 程度の SMBH が見つかったが、これらの起源についても謎のままである。

$z \sim 6-7$ という早期段階での重いブラックホール (black hole, BH) 形成を考える際の難点は、元になる種 BH を急速に成長させなければならないという点である。このようなシナリオの 1 つとして、初代星起源の種 BH をガス降着によって成長させるという説がある。しかし、ガス降着によって持ち込まれる重力エネルギーは輻射に変換され、輻射圧や電離加熱によってガス降着が自己抑制され得るため、その成長率には限界があるというのが通説である。近年の研究により、高赤方偏移で銀河合体等によって実現され得る高密度環境下では、輻射による影響が抑制され、種 BH が超臨界的に成長できる可能性が示唆されている。これらは単独の種 BH に関して精力的に調べられてきたが、銀河合体等で形成されると考えられる連星種 BH の場合について調べられた研究は非常に限られている。

我々の研究では、SMBH 形成過程の解明に向けて、連星種 BH のガス降着による成長と軌道進化について数値シミュレーションを用いて調べた。まずは輻射が効かない状態でケプラー回転する等質量連星を考え、準定常状態時のガス降着率と種 BH の減速率を連星間距離の関数として求めた。その結果、ガス降着率は連星間距離が離れている場合は単独種 BH の場合と同様になり、十分近づくとも単独の場合の 2 倍になることがわかった。また、減速率に関しては、種 BH がガスから受ける重力だけでなく、降着するガスによって持ち込まれる運動量フラックスも重要であることがわかった。種 BH の減速率はこれらの和によって評価される。これについて調べると、連星間距離が離れている場合にはほぼゼロとなり、連星間距離が近づくにつれて大きくなることがわかった。また、輻射が効く場合の計算も数例のみを行い、初期のガス密度が高い場合には、超臨界的なガス降着が実現することがわかった。

これらの結果をもとに、種 BH のガス降着による成長と軌道進化の時間スケールを見積もると、共に 1 Myr 程度でほぼ同じになることがわかった。この結果は、種 BH の成長においてガス降着と軌道進化の結果起こる合体が共に重要になることを示唆している。

目次

第1章	導入	3
1.1	超巨大質量ブラックホール	3
1.2	超巨大質量ブラックホールの質量観測	5
1.3	超巨大質量ブラックホールの起源	7
1.4	種ブラックホール同士の連星と重力波観測	10
1.5	研究の背景と本論文の内容	10
第2章	初代星形成	14
2.1	構造形成の線形理論	15
2.2	構造形成の非線形理論	21
2.3	最小冷却質量	33
2.4	始原ガスにおけるガス雲分裂と原始星形成	41
2.5	主系列星への進化	44
第3章	ガス降着理論	48
3.1	エディントン光度と降着率	49
3.2	球対称ガス降着	51
3.3	軸対称ガス降着	55
3.4	ボンディ-ホイール-リットルトン降着に関する数値シミュレーション	58
3.5	種ブラックホールの質量降着による成長	60
第4章	力学的摩擦	70
4.1	無衝突粒子中での力学的摩擦とチャンドラセカールの公式	71
4.2	ガス中での力学的摩擦とオストライカーの公式	76
4.3	オストライカーの公式に関する数値シミュレーション	86

第 5 章	連星種ブラックホールへのガス降着と力学的摩擦	90
5.1	動機	90
5.2	計算手法	92
5.3	結果	96
5.4	議論	123
第 6 章	まとめと展望	125
参考文献		130

第 1 章

導入

1.1 超巨大質量ブラックホール

我々の住む地球は太陽系という、太陽を中心に数々の惑星が公転運動している系に属している。太陽系は銀河系と呼ばれる恒星の集まりの一部である。そして、銀河系の中心には質量が $10^6 M_{\odot}$ 程度の超巨大質量ブラックホール (Supermassive black hole, SMBH) が存在することが確認されている (Event Horizon Telescope Collaboration 他 2022)。このような質量 $10^6-10 M_{\odot}$ の SMBH は銀河系以外の系外銀河にも普遍的に存在するが (Event Horizon Telescope Collaboration et al. 2019), その起源は未解明である。

近年では、可視光、赤外線観測により、赤方偏移 z が 6 を超える宇宙にも、 $10^7-10 M_{\odot}$ 程度の SMBH が存在することが明らかになってきている。このような高赤方偏移の SMBH を最初に発見したのは、Sloan Digital Sky Survey (SDSS) である (Fan et al. 2001, 2003)。その後、Canada-France High-redshift Quasar Survey (CFHQS) (Willott et al. 2007), Panoramic Survey Telescope and Rapid Response System 1 (Pan-STARRS1) (Morganson et al. 2012) 等によって続々と観測が行われ、100 を超える高赤方偏移クェーサーが発見された。これまで見つかった中で最遠方の記録が Bañados et al. (2018) によって報告された $z \simeq 7.54$ に存在する $M_{\text{BH}} \simeq 7.8 \times 10^8 M_{\odot}$ のクェーサーである。また、最も重いのは Wu et al. (2015) によって報告された $z \simeq 6.3$ に存在する $M_{\text{BH}} \simeq 1.2 \times 10^{10} M_{\odot}$ のクェーサーである。このような非常に明るいクェーサーの観測に加え、Subaru High- z Exploration of Low-Luminosity Quasars (SHELLQs) により、比較的暗くて軽いクェーサーを観測しようという試みもなされており、多くの報告がある (Matsuoka et al. 2018)。これらの観測結果は、図 1.1 にまとめられている (Inayoshi et al. 2020)。近傍宇宙の SMBH と同様に、これらの起源についても未だ解明されていない (1.3 節で詳しく述

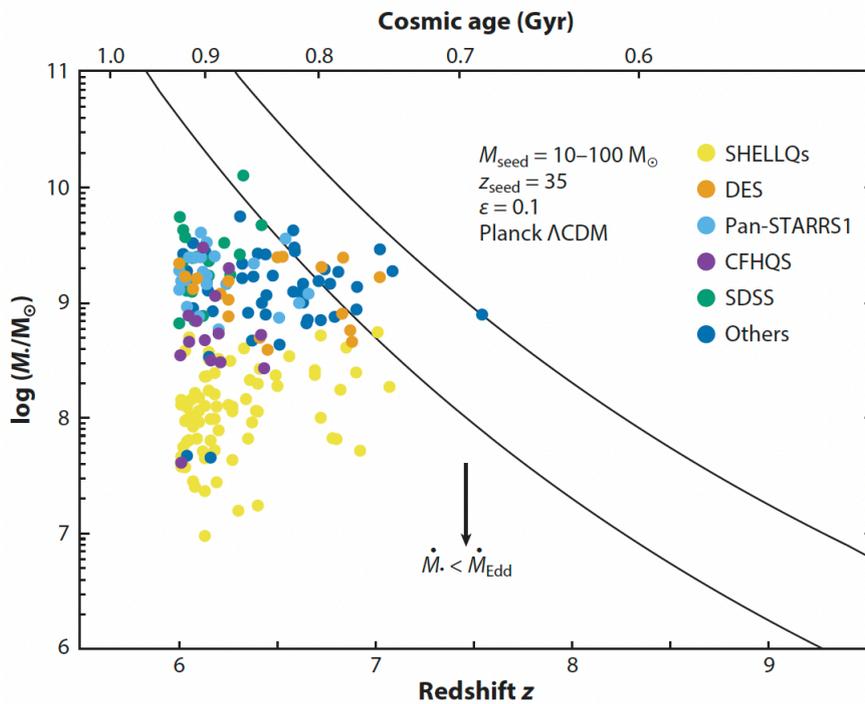


図 1.1: $z \geq 6$ 以上のクェーサーとして見つかったものの赤方偏移と質量をプロットしたもの。縦軸が見積もられたクェーサーの質量，横軸が赤方偏移を表す。また，上部に書かれた横軸は，標準宇宙論を仮定したときに赤方偏移を Gyr で書き換えた値である。図の丸印がそれぞれ観測の点を表しており，色の違いは行われた観測の違いである。図中に引かれた 2 つの曲線は，標準宇宙論の仮定の下で， $z = 35$ で形成された質量 $10M_{\odot}$ （下側の曲線）， $100M_{\odot}$ （上側の曲線）の種ブラックホールが効率 $\epsilon = 0.1$ のエディントン降着率で成長したときに，各赤方偏移で成長可能な最大質量を表したものである。Inayoshi et al. (2020)より引用。

べる)。

SMBH の起源を解明することは，銀河進化を理解するうえでも重要であると考えられている。近傍宇宙の観測から，SMBH の質量 M_{BH} と銀河のバルジ質量 M_{bulge} の間には， $M_{\text{BH}} \simeq 0.001M_{\text{bulge}}$ という関係があることが知られており（図 1.2 参照），銀河と SMBH が互いに影響を及ぼしあいながら進化してきたことが示唆されている（Kormendy and Ho 2013 等）。しかし，この機構についても未だ解明されておらず，更なる研究が必要である。

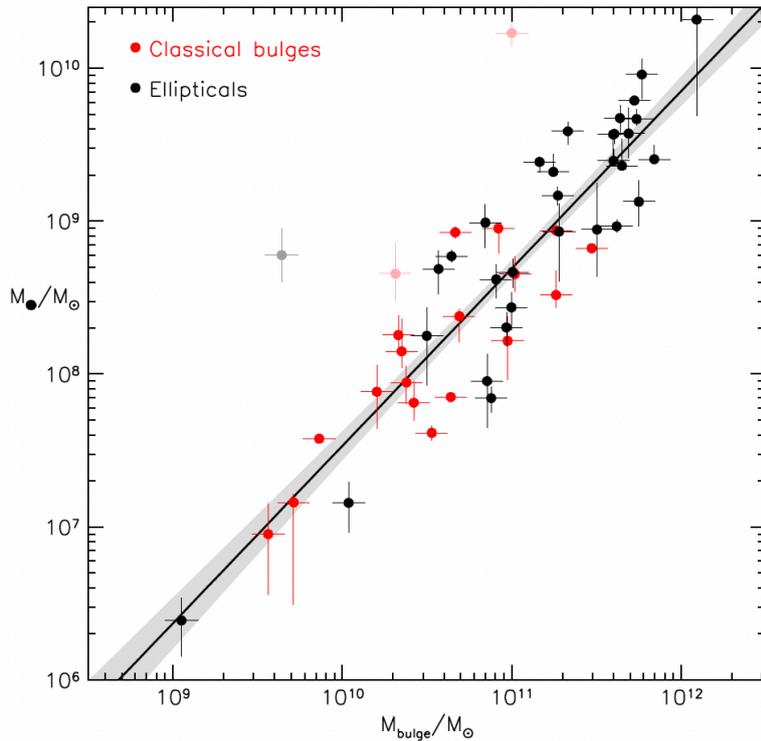


図 1.2: 銀河のバルジ質量と SMBH 質量の観測結果. [Kormendy and Ho \(2013\)](#)より引用.

1.2 超巨大質量ブラックホールの質量観測

ここで、銀河の観測からどのようにして、その中心に存在する SMBH の質量を見積もるのかについて簡単に解説する。なお、この節の内容は嶺重慎「ブラックホール天文学」、[Kormendy and Ho \(2013\)](#)を参考にした。質量の見積もりには、大きく分けて直接的見積もりと間接見積もりの2つの方法が存在する。これらの詳細を順に見ていく。

まず、直接的な見積もり方法とは、星やガスの運動を見ることである。SMBH の場合に限らず、天体の質量を測定するための方法として、連星を組んでいる伴星の運動を見るというのは常套手段である。近傍宇宙の観測では、1つ1つの星の運動を見ることが出来る。SMBH の周りに存在する星は、ケプラー運動するはずなので、観測された速度をケプラー速度とフィッティングすることにより、中心にある SMBH の質量を求めるのである。また、SMBH の周囲に存在するガスがメーザー源となっている場合、より正確に質量を測定することができる。メーザーは輝線であるから、ガス速度の決定精度が星の運

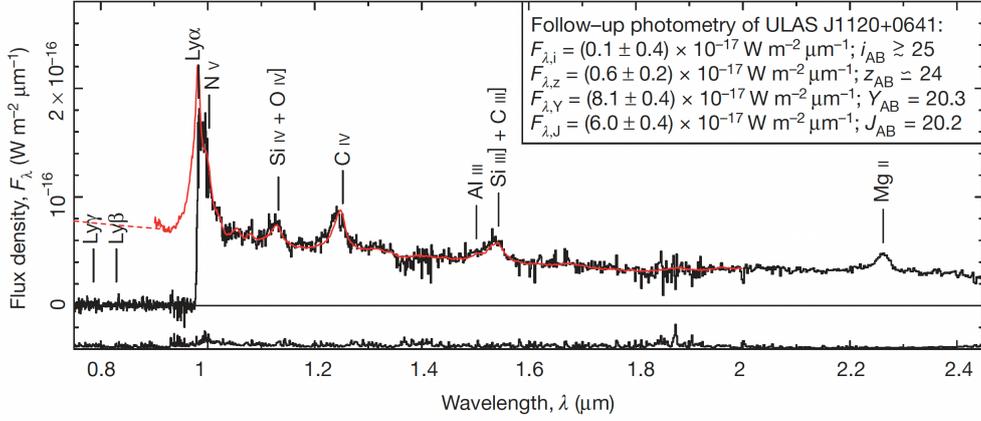


図 1.3: クェーサスペクトラムの例. 幅広い輝線が見られる. [Mortlock et al. \(2011\)](#) より引用.

動を見る場合と比べて格段に良い. 得られた速度をケプラー速度とフィッティングすることによって SMBH の質量が求められるのである. 例えば, [Miyoshi et al. \(1995\)](#) では NGC4258 (M106) という銀河の水メーザーの観測から, 中心に存在する SMBH の質量が $3.6 \times 10^7 M_{\odot}$ と求められた.

このように, 星やガスが解像できるくらい近傍の銀河を対象とするときは, その質量も直接的に見積もることができるが, 遠方宇宙の観測ではそうはいかない. そこで, 次善策として間接的な見積もりを行うのである. このような方法の 1 つとして, reverberation mapping と呼ばれる手法がある. 図 1.3 のように, クェーサーのスペクトラムには多数の輝線が存在するので, これを用いる. クェーサーの起源となる活動銀河核は, 中心に SMBH が存在し, その周りに降着円盤, 更にその周りにダストトーラスが存在すると考えられている. 降着円盤周辺では放出された紫外線によって電離されたガスから幅広い輝線が放出される. このような電離ガスは, SMBH の周りをケプラー運動していると考えられるため, SMBH の質量は, ガスの速度 v と SMBH からの距離を R を用いて,

$$M_{\text{BH}} \simeq \frac{v^2 R}{G} \quad (1.1)$$

と書ける. v は輝線幅から知ることができる観測量であるため, M_{BH} を求めるには当該領域の SMBH からの距離が分かればよい. クェーサーのスペクトラム観測では, 降着円盤からの直接光が連続光として観測され, これによって電離されたガスが輝線を放出するため, スペクトラムの時間変動に相関が出るはずである. すなわち, 連続光と輝線との

間に到達時刻の差 Δt が存在するのである。これより、SMBH と広輝線領域との距離は $R \simeq c\Delta t$ と表すことができる。 Δt が観測量なので R を知ることができ、(1.1) によって SMBH の質量を推定することができる。これが reverberation mapping である。

reverberation mapping は一見便利な方法に思われるが、連続光と輝線の到達時刻の差を観測しなければならないため、長期観測が必要であるというのが欠点である。輝線の観測からガスの速度は容易にわかるため、SMBH からの距離さえ決めることができれば問題は解決する。reverberation mapping による近傍の観測から、 R とクェーサーの光度 L には、SMBH の質量に依らず

$$R \propto L^{0.5} \quad (1.2)$$

なる相関があることが示唆されている。これを用いて観測された光度から R を決めれば、長期観測を行うことなく質量を推定することができる。この手法は single-epoch mass measurement と呼ばれる。

1.3 超巨大質量ブラックホールの起源

さて、高赤方偏移宇宙における SMBH の話に戻ろう。1.1 節でも述べた通り、その起源は未解明であるが、宇宙物理学的に説明するには大質量星が一生を終えたあとに残る天体であると考えるのが正当である。大質量星といっても、最初から $10^6 M_{\odot}$ を超えるような星は存在しない。そのため、SMBH は大質量星の崩壊によって形成されたやや軽めの種 BH が合体やガス降着で成長することによって重くなると考えるのが合理的である (Rees 1984)。

種 BH の起源については、大きく分けて3つのシナリオが提案されている (図 1.4 参照)。1つ目は、宇宙初期にできた典型的な星 (初代星) である。初代星は典型質量が $10 - 100 M_{\odot}$ と比較的大質量であることが知られている (例えば, Hirano et al. 2014, 2015)。高赤方偏移で重い SMBH を形成するには、初代星起源の種 BH を急速に成長させる必要があるが、成長スピードをどこまでも上げられるかという話はそう簡単ではない。3.1 節で詳しく説明するが、一般にガス降着が起こると、解放された重力エネルギーが輻射によって放出され、輻射圧や電離加熱による降着率の抑制が起こる。球対称な系を考えたときには輻射圧の効果による限界降着率を定義することができ、エディントン降着率と呼ぶ。実際に、種 BH 形成に関する数値シミュレーションでは、典型的な種 BH 質量やガス密度を用いると、エディントン降着率以下での降着が実現する様子が見られている (Milosavljević et al. 2009a; Park and Ricotti 2011, 2012)。図 1.1 に示されている曲線

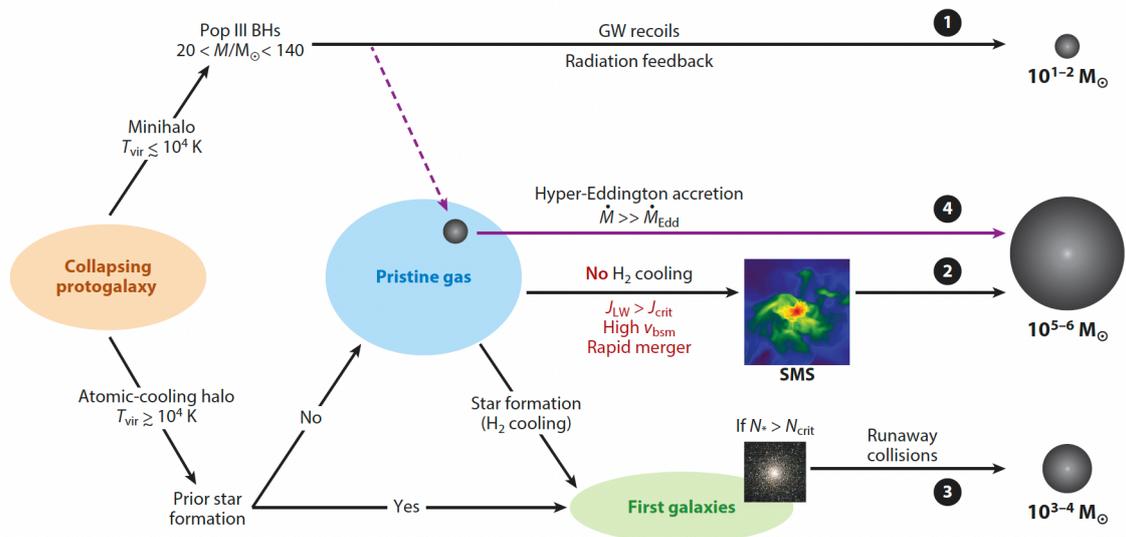


図 1.4: 種 BH の形成過程を表した図. 図中に振られた番号が各々の経路に対応し, 大雑把には以下の通りである. (1) 初代星が崩壊して, $10^{1-2} M_{\odot}$ の種 BH ができるという経路. (2) 強い紫外線放射やバリオンとダークマターの速度差, ハローの暴走的な合体によって水素分子の形成が抑制されることで超大質量星が形成され, $10^{5-6} M_{\odot}$ という重い種 BH ができるという経路. (3) 高密度星団中で星が暴走的に合体し, $10^{3-4} M_{\odot}$ という中間質量の種 BH ができるという経路. (4) 初代星起源の種 BH が高密度環境において超臨界的なガス降着を起こし, $10^{5-6} M_{\odot}$ という重い種 BH になるという経路. Inayoshi et al. (2020) より引用. 5 章で述べる本研究では, 主に (4) の経路について調べた.

は $z = 35$ で形成された質量 $10 M_{\odot}$, $100 M_{\odot}$ の種 BH がエディントン降着率で成長したときの到達可能質量を赤方偏移の関数として表したものである. 種 BH の質量が $100 M_{\odot}$ 程度であれば, 図中の観測点すべてを説明することができる. しかし, 常に限界降着率でガスを落とし続けるというのは非現実的であるから, 実際の到達可能質量はより小さくなってしまい, 説明できない観測点が現れる. つまり, 初代星起源の種 BH をガス降着のみで $z \simeq 6$ の SMBH に成長させるには, どこかの時期で超臨界的なガス降着率の実現しなければならない. Inayoshi et al. (2016) では, 球対称ガス降着を考えたときでも, BH 質量とガス密度がいずれも十分大きければ, 超臨界ガス降着が実現可能であることが示されている (3.5 節参照). また, 非球対称な系を考えると, ガス降着は赤道面を通して起こりやすく, 逆に輻射の影響範囲は軸方向が主になるので, 比較的簡単に超臨界的なガス降着が実現可能であることが示唆されている (Sugimura et al. 2017; Takeo et al. 2018).

しかし、このような効率のよいガス降着が銀河スケールで見たときに本当に可能かどうかについては未だに決着がついていない。これは主に、初代星が形成されると考えられているハローが比較的軽く（ミニハロー）、ガスを十分に束縛できないことに起因する。一般に、初代星は表面温度が高いため（2.5 節参照）、強い紫外線を放出することでガスを電離し、ミニハローの外へ放出してしまう可能性がある。また、初代星が一生を終えるときに超新星爆発を起こした場合も、ガスをミニハローの外へと追いやってしまうかもしれない。つまり、高降着率を実現しようにもミニハローの重力ポテンシャル井戸が浅いため、落下させるためのガスが失われてしまい、種 BH 形成後の成長が望めない可能性がある。しかし、比較的珍しい重いハローでできた初代星が種 BH となると、このようなガス損失を回避し、ガス降着によって $z \sim 6$ のような初期宇宙に SMBH を形成することができるかもしれない。

2 つ目は、高赤方偏移で形成された質量 $10^{5-6} M_{\odot}$ の超大質量星（Supermassive star, SMS）である。SMS は形成後すぐに一般相対論的重力不安定によって BH へと崩壊し、比較的重い種 BH になる。SMS 起源の種 BH は最初から十分重い質量を担保できるため、SMBH への成長に超臨界的なガス降着は不必要である。しかし、そもそも SMS を作るのは非常に難しいと考えられている。一般に、大質量の星を作るには、冷却による重力不安定を抑えなければならない。高赤方偏移の始原ガスにおいては水素分子が主要な冷却剤となるが、冷却されたガスは 200 K 程度になり、これに対応するジーンズ質量は $10^3 M_{\odot}$ 程度である（2.4 節参照）。よって、SMS を作るには、何らかの過程によりハローのピリアル温度（2.2 節参照）を上昇させなければならない。このような過程として考えられているのは、既にできた初代星の紫外線放射（Lyman-Werner 放射）による水素分子の光解離（Bromm and Loeb 2003 等）、ハローの暴走的な合体による加熱（Wise et al. 2019 等）、ダークマターとバリオンの速度差による水素分子冷却の遅延効果（Hirano et al. 2017 等）等である。しかし、これらを考慮しても SMS を形成するのが容易でないことや、SMS が形成されるまでにガス雲の分裂が起こってしまう可能性などが指摘されており、問題点は山積みである。

3 つ目は、星団中での星の合体によって形成される種 BH である。高密度星団中では星の寿命以内で星同士の合体が起こり、大質量に成長することができる。合体後の星は半径も大きくなるため更なる合体を起こしやすく、暴走的合体となる（Sakurai et al. 2017）。しかし、この過程で形成される種 BH は $10^{3-4} M_{\odot}$ 程度であり、上の 2 つに比べて軽いものしかできないと考えられている。

1.5 節でも述べるが、本研究では 1 つ目のシナリオに着目する。

1.4 種ブラックホール同士の連星と重力波観測

では、高赤方偏移の SMBH 形成過程について観測的に明らかにするにはどうすれば良いだろうか。図 1.1 に示す通り、高赤方偏移観測で見つかった巨大 BH は、 $10^{7-10} M_{\odot}$ という非常に重いもののみである。これは、高赤方偏移に存在する BH がすべて SMBH であるということの意味するわけではない。比較的軽い中間質量程度の BH はその分だけ光度も小さいために、これまで稼働してきた望遠鏡では見つけられなかったのである。しかし、形成シナリオ確立のためには $10^{3-5} M_{\odot}$ といった比較的軽い種 BH が各赤方偏移でどのくらいの個数分布しているかを知ることが必須である。現在稼働中の James Webb Space Telescope (JWST) でも $10^5 M_{\odot}$ くらいのキューサーを観測することは可能であると考えられているが、それよりも軽いものを光で観測することは非常に難しい。

そこで登場するのが、重力波による観測である。2015 年に LIGO/VIRGO の観測によって連星 BH 合体起源の重力波が初検出されて以来、重力波天文学は隆盛を極めてきた。しかし、現在も稼働中の LIGO/VIRGO で捉えられる重力波は、連星 BH 合体の質量範囲では恒星質量のもののみであり、 $10^{3-5} M_{\odot}$ の種 BH は対象にならない。中間質量の BH が合体する際に放出される重力波を捉えるには、宇宙空間に干渉計を打ち上げなければならない。このような将来観測の 1 つとして挙げられるのが Laser Interferometer Space Antenna (LISA) による観測である。図 1.5 は、LISA で観測可能な連星 BH 合体イベントの赤方偏移と質量スケールを示している (Amaro-Seoane et al. 2017)。この図からもわかる通り、LISA によって連星種 BH から放出される重力波を捉えることが可能になる。このように、将来の重力波観測は、SMBH 形成シナリオの観測的検証に多大に貢献することが期待されるため、それに備えた理論研究を行うことが重要である。

1.5 研究の背景と本論文の内容

1.3 節で述べたように、 $z \sim 6$ で見つかったような SMBH の起源を説明するシナリオの 1 つとして、軽い種 BH を超臨界的な降着によって成長させることで時間を稼ぐことができるという説が提案されており、単独種 BH の場合で盛んに調べられている。しかし、単独種 BH に着目するだけでは不十分である。 Λ CDM 宇宙論によると、宇宙の構造形成においては銀河合体が頻繁に起こるとされている。このとき、両方の銀河中心に成長段階の種 BH が存在すると、これらは背景に存在する星々による角運動量の引き抜きによって比較的簡単に連星をなすと考えられる。よって、1.3 節で述べたようなガス降着に

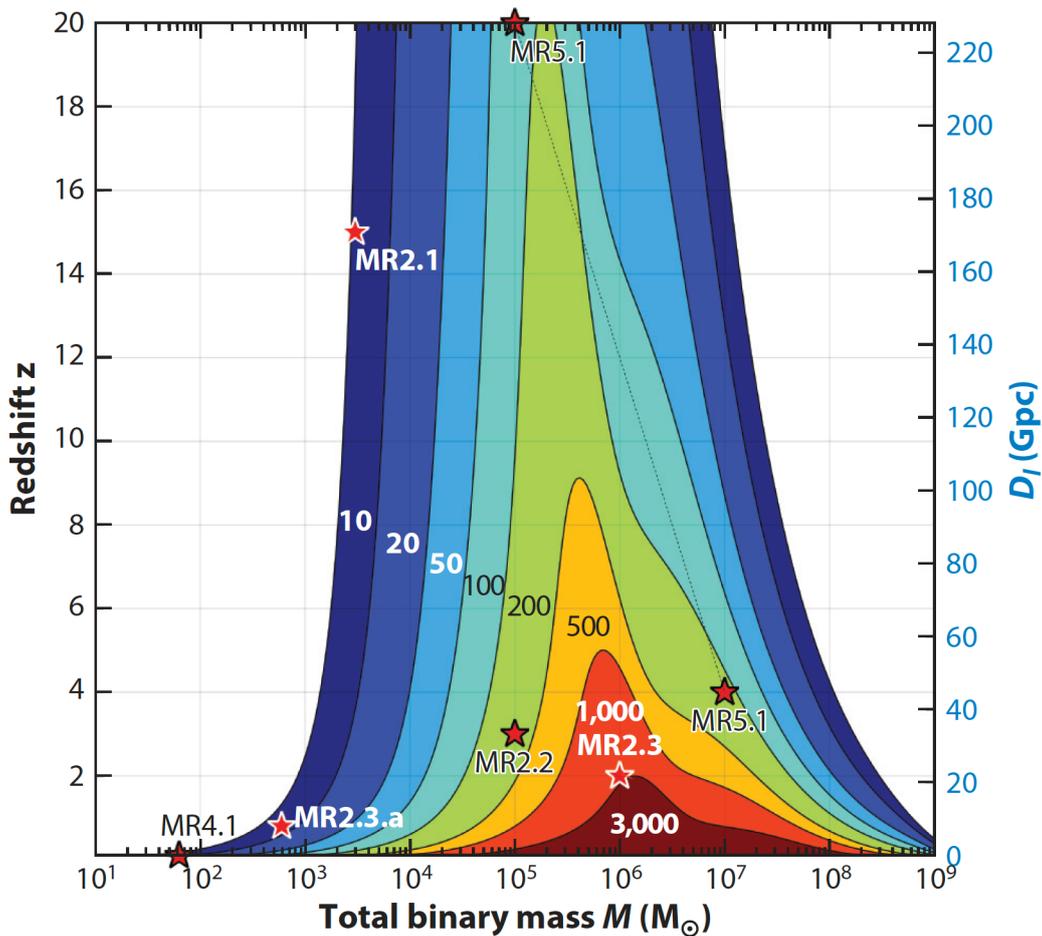


図 1.5: LISA によって観測可能な連星 BH 合体の赤方偏移と質量スケール. 図中の色と数字は信号雑音比を表し, ある信号雑音比で観測できる連星 BH 合体イベントの赤方偏移と質量の範囲を示したものが各色の意味である. ここで, BH の質量比は $q = 0.2$ を仮定している. [Amaro-Seoane et al. \(2017\)](#)より引用.

よって成長する種 BH を連星の文脈で調べることは SMBH 形成シナリオの確立にとって不可欠である.

巨大 BH 同士が連星をなすと, 最初は背景の星との三体運動によって効率よく角運動量が引き抜かれ, 容易に距離を縮められるが, ある程度まで距離が縮むと, 星々は散乱や潮汐破壊によって BH 近傍に存在できなくなり, 角運動量の引き抜きに寄与できなくなる ([Begelman et al. 1980](#)). しかし, ガスは巨大 BH 周辺にも存在することができ, 以後はガスによる角運動量の引き抜きが起こって距離が縮まり, 最終的に重力波を放出して

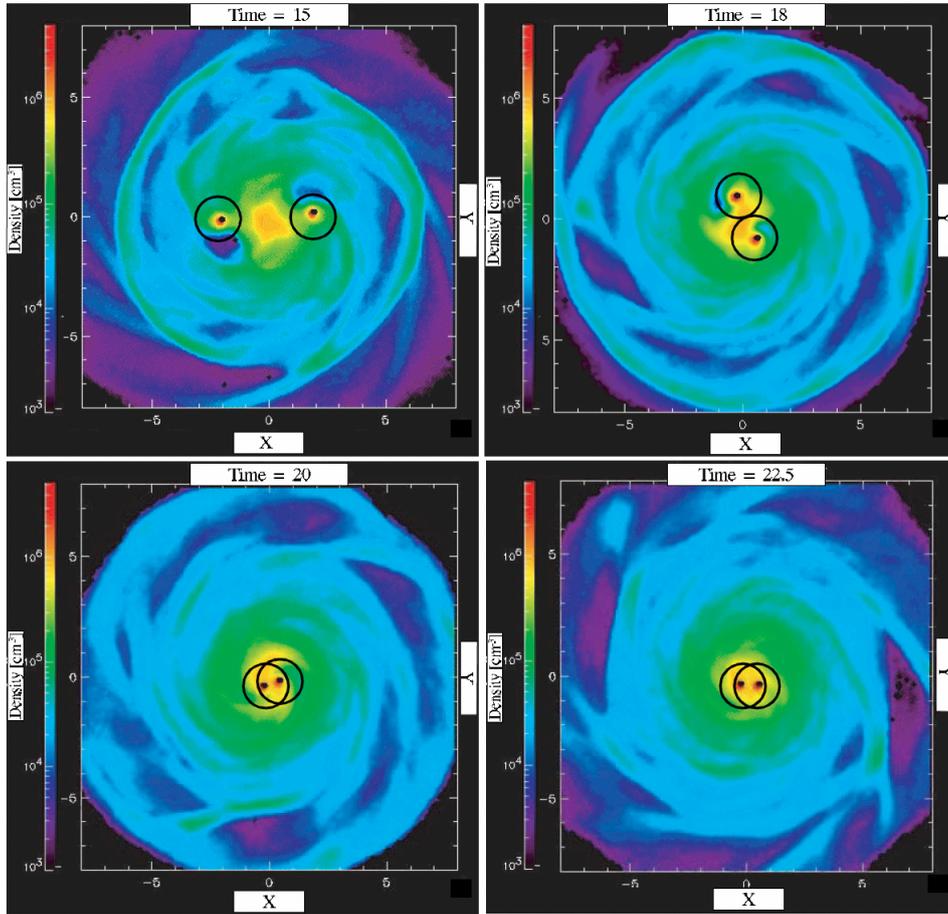


図 1.6: 連星 BH の軌道進化に関するシミュレーションの例. 黒い円は BH の重力圏に対応する. Escala et al. (2005)より引用.

合体する. このようなガス中での巨大 BH の軌道進化については多くの研究で調べられており, 宇宙年齢以内での合体が示唆されている (例えば, Escala et al. 2005 によるシミュレーションを図 1.6 に示す). しかし, これらの研究ではガス降着と, それに伴う輻射フィードバックが考慮されていない. 輻射フィードバックは巨大 BH 周辺のガスを取り除き, ガスによる角運動量の引き抜きの効果を弱める可能性があるため, これらの効果を含めて考えることは巨大 BH 同士の連星の振る舞いを知るうえで避けて通ることができない. それにも関わらず, 輻射フィードバックを入れた連星巨大 BH の計算は非常に限られている. 例えば, del Valle and Volonteri (2018), Williamson et al. (2022)等では SMBH 同士の連星について, 実際に輻射によって軌道進化が遅くなってしまう可能性が示唆されている. しかし, このような輻射フィードバックを考慮した連星巨大 BH の軌道

進化を初期宇宙に存在する連星種 BH に適用した研究は存在しない。

我々の研究の目的は、宇宙初期に存在する SMBH の起源解明に向けて、連星種 BH のガス降着による成長とガスによる軌道進化の様子について明らかにすることである。単独の種 BH が動きながらガスを降着させる様子に関しては、[Park and Bogdanović \(2017\)](#), [Toyouchi et al. \(2020\)](#)によって調べられている。5.1 節で詳しく述べるが、等速直線運動する種 BH は密度が比較的低い領域にあるときにはガス降着率が低く、尚且つガスによる重力は加速される向きにはたらく、密度が比較的高い領域にあるときには超臨界的なガス降着が起こり、尚且つ減速される向きに力がはたらくことが示されている。本研究ではこれらの研究を連星の種 BH の場合に拡張し、ガス降着率と軌道進化を引き起こす摩擦の効果について調べた。連星種 BH のガスによる軌道進化の様子を調べることは、1.4 節で述べたような将来の重力波観測に向けて合体率を見積もるうえでも重要になる。

本論文は、2-4 章では基礎事項のレビューを行い、5 章で研究内容について述べるという構成になっている。具体的には、まず、2 章で種 BH の起源の 1 つとして考えられている初代星の形成過程について解説する。次に、3 章で種 BH の質量を増加させるガス降着過程に関する物理について解説する。続いて 4 章では、運動する種 BH がガスから受ける反作用に関する物理について解説する。これらの導入のもとで、5 章で実際に連星種 BH へのガス降着過程と反作用について調べた結果を報告し、そこから示唆される成長の時間スケールについて議論する。最後に、6 章で研究結果をまとめたうえで将来展望について述べる。

第2章

初代星形成

この章では、種 BH の起源の 1 つとして考えられている、宇宙初期にできた重元素を含まない恒星（初代星）がどのように形成されたかについて解説する。近傍宇宙での星形成と異なり、初代星ができるときの初期条件は観測することは非常に難しいものの、宇宙論から予言することができる。インフレーションによって作られた初期の密度揺らぎが、重力の効果によって成長し、天体が形成されていくのである。密度揺らぎの成長は、最初線形近似で記述することができ、解析的な議論ができる。その後、非線形効果が効く領域に突入すると解析的な議論が困難になるため、適切なモデルを設定しなければならない。まず、2.1 節では線形近似で扱える範囲内での揺らぎの成長について説明する。宇宙が完全流体であるという過程のもとで基礎方程式を与え、揺らぎの発展方程式を導出した後、それを解くことで、密度揺らぎを時間と空間の関数として表す。続いて 2.2 節では非線形成長について球対称崩壊モデルを用いることで概要を掴む。その後、このモデルを用いてある質量スケールの天体の個数密度分布を記述するプレス-シェヒター理論について説明する。ここまでの話はダークマターとバリオンが結合しており、区別しないまま話を進めるが、その後はバリオンが冷却によって重力不安定を起こし、ガス雲、ひいては星を形成する。近傍の星形成の場合と異なり、始原ガスには重元素やダストが存在せず、主な冷却剤は水素分子となる。2.3 節では水素分子による冷却によって、結果として形成されるガス雲の質量がどの程度になるかを見積もる。その後、ガス雲は分裂と崩壊を繰り返すことによって初代星のもととなる原始星を形成する。2.4 節ではガス雲が原始星になるまでの熱進化について解説する。最後に、2.5 節では、原始星に周囲のガスが降着し、主系列段階になるまでの進化の過程について説明する。形成された初代星の典型質量は近傍の星形成のできる星に比べて大質量であることが示唆されており、 $10^2 - 10^3 M_{\odot}$ 程度であると見積もられている。このような星が進化の最終段階で重力崩壊を起こすことにより種 BH が

形成されるのである。一連の流れについて以下で見よう。

2.1 構造形成の線形理論

宇宙には様々なスケールの構造が階層的に存在している。宇宙空間の中には多くの銀河と銀河間ガスが散在しており、銀河の中には多くの恒星や多量のガスが埋め込まれている。恒星の周りには公転運動する惑星が存在する。このような階層的な構造は、インフレーション期に生成された小さな密度揺らぎが重力の効果によって成長することで作られたと理解されている。宇宙を構成するエネルギー成分はダークマターやバリオンといった非相対論的な物質、相対論的な輻射、ダークエネルギー等であるが、密度揺らぎの成長が起こるのは非相対論的な物質のみである。なぜなら、輻射成分は圧力が強く、重力による揺らぎの成長を起こすことができないからである。本節では、このような密度揺らぎの成長を線形近似が成り立つ範囲内で説明する。具体的には、宇宙が完全流体であると仮定して自己重力系での流体力学の基礎方程式から出発する。これらの方程式に現れる物理量を、膨張宇宙での値とそこからの揺らぎに分離して考え、2次以上は無視して、密度揺らぎに対する発展方程式を導出する。その後、導かれた発展方程式を解き、密度揺らぎを時間と空間の関数として具体的に表す。なお、本節の議論は、宇宙論に関する著名な教科書である辻川信二「入門現代の宇宙論 インフレーションから暗黒エネルギーまで」、松原隆彦「現代宇宙論—時空と物質の共進化」。

まず、物理的空間座標における非相対論的な物質について基礎方程式は、連続の式とオイラー方程式である。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla_{\mathbf{r}}) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla_{\mathbf{r}} p - \nabla_{\mathbf{r}} \phi. \quad (2.2)$$

ここで、 $\rho(t, \mathbf{r})$, $\mathbf{u}(t, \mathbf{r})$, $p(t, \mathbf{r})$, $\phi(t, \mathbf{r})$ はそれぞれ密度、速度、圧力、重力ポテンシャルを表し、 \mathbf{r} は物理的空間座標（オイラー座標）とする。また、空間的微分演算子は、 $\nabla_{\mathbf{r}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}$ であり、下付き添字によって微分する変数を表す。また、応力テンソルについては完全流体であることと、圧力が等方的であることを仮定した。今、膨張する宇宙を考えるため、空間座標を物理的なものから宇宙膨張とともに動く共動座標 $\mathbf{x} = \mathbf{r}/a(t)$ を用いた方程式へと座標変換する。 $a(t)$ はスケール因子とする。このとき、物理的空間座標に対する速度ベクトルは \mathbf{x} を用いて、

$$\mathbf{u} = \dot{\mathbf{r}} = \dot{a} \mathbf{x} + a \dot{\mathbf{x}} := \dot{a} \mathbf{x} + \mathbf{v} \quad (2.3)$$

と表される．ここで，最後の等号において， $v := a\dot{\mathbf{x}}$ と定義した． \mathbf{x} の時間微分が入っているため，これが共動座標における媒質の速度を表す．一方，最右辺の第一項はスケール因子の時間微分であるため，宇宙膨張の効果による速度を表している．次に，微分演算子に関して座標変換を実行すると，

$$\nabla_{\mathbf{r}} = \frac{1}{a} \nabla_{\mathbf{x}} \quad (2.4)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_{\mathbf{r}} = \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_{\mathbf{x}} - H\mathbf{x} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} \quad (2.5)$$

と書ける．ここで， $H := \dot{a}/a$ はハッブルパラメータと呼ばれる．以上の座標変換に関する関係式を用いて，(2.1) と (2.2) を書き換える．まず，連続の式 (2.1) に関しては，

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + 3H\rho + \nabla \cdot (\rho\mathbf{v}) = 0 \quad (2.6)$$

と書き換えられる．微分演算子の下付き添字は煩わしいので省略したが，共動座標 \mathbf{x} に関する微分である．本節では特別断らない限り以下でも同様とする．次に，オイラー方程式に関しては，項別に見ると，

$$\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}\right)_{\mathbf{r}} = \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}\right)_{\mathbf{x}} - H(\mathbf{x} \cdot \nabla_{\mathbf{x}})\mathbf{u} = \ddot{\mathbf{x}} + \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}\right)_{\mathbf{x}} - \dot{a}H\mathbf{x} - H(\mathbf{x} \cdot \nabla_{\mathbf{x}})\mathbf{v}, \quad (2.7)$$

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla_{\mathbf{r}})\mathbf{u} = \frac{1}{a}(\mathbf{u} \cdot \nabla_{\mathbf{x}})\mathbf{u} = \dot{a}H\mathbf{x} + \dot{a}(\mathbf{x} \cdot \nabla_{\mathbf{x}})\mathbf{v} + \dot{a}\mathbf{v} + a(\mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{x}})\mathbf{v}, \quad (2.8)$$

$$-\frac{1}{\rho}\nabla_{\mathbf{r}}p - \nabla_{\mathbf{r}}\phi = -\frac{1}{a\rho}\nabla_{\mathbf{x}}p - \frac{1}{a}\nabla_{\mathbf{x}}\phi \quad (2.9)$$

と書ける．故に，オイラー方程式 (2.2) は，

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + H\mathbf{v} + \frac{1}{a}(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\frac{1}{a}\nabla\Phi - \frac{1}{a\rho}\nabla p \quad (2.10)$$

と書き換えられる．ここで， $\Phi := \phi + \frac{1}{2}a\ddot{a}|\mathbf{x}|^2$ とした．これは，共動座標における実効的な重力ポテンシャルになる．

重力ポテンシャルを決めるのはポアソン方程式である．物理的空間座標に関するポアソン方程式

$$\nabla_{\mathbf{r}}^2\phi = 4\pi G\rho_{\text{tot}} \quad (2.11)$$

を共動座標に変換し，先で導入した実効的な重力ポテンシャル Φ を用いると，

$$\nabla^2\Phi = 4\pi Ga^2\rho_{\text{tot}} - 3a\ddot{a} \quad (2.12)$$

が得られる (G は重力定数, ρ_{tot} は全質量密度). ここで, フリードマン方程式の空間-空間成分

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\bar{\rho}_{\text{tot}} \quad (2.13)$$

を用いると, スケール因子の 2 階微分を宇宙の空間平均された密度 $\bar{\rho}_{\text{tot}}$ で書くことができ, 共動座標におけるポアソン方程式は,

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G a^2(\rho_{\text{tot}} - \bar{\rho}_{\text{tot}}) \quad (2.14)$$

となることがわかる.

ここで, 密度 ρ の空間平均に関して, 連続の式 (2.6) 式を空間平均すると, 空間微分を含む第 3 項が消え, 第 1 項と第 2 項をまとめることで

$$\frac{d}{dt}(a^3\bar{\rho}) = 0 \quad (2.15)$$

が得られる. 以下では, この $\bar{\rho}$ を基準にして密度, 圧力揺らぎを以下のように考える.

$$\delta(t, \mathbf{x}) = \frac{\rho(t, \mathbf{x}) - \bar{\rho}(t)}{\bar{\rho}(t)}, \quad (2.16)$$

$$\delta p(t, \mathbf{x}) = p(t, \mathbf{x}) - \bar{p}(t). \quad (2.17)$$

ここで, $\bar{p}(t)$ は圧力 p の空間平均とする. これらを基礎方程式に代入し, 揺らぎに対する 2 次以上を無視することで, 密度揺らぎの発展方程式が得られる. 以下で順を追って導出する.

まず, 連続の式 (2.6) に代入すると,

$$\frac{\partial\delta}{\partial t} + \frac{1}{a}\nabla \cdot [(1 + \delta)\mathbf{v}] = 0 \quad (2.18)$$

が得られる. ここで, 代入時に現れる $\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial t} + 3H\bar{\rho}$ という組み合わせは, (2.15) 式によりゼロとなることを用いた. 次に, オイラー方程式 (2.10) に代入すると,

$$\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + H\mathbf{v} + \frac{1}{a}(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\frac{1}{a}\nabla\Phi - \frac{1}{a\rho(1 + \delta)}\nabla\delta p \quad (2.19)$$

が得られる. 最後に, ポアソン方程式 (2.14) に代入すると,

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G a^2\delta_{\text{tot}}\bar{\rho}_{\text{tot}} \quad (2.20)$$

が得られる. 以上, (2.18), (2.19), (2.20) の 5 つの式が近似なしで得られる揺らぎの発展に対する基礎方程式であり, 対して未知量は, δ , δp , \mathbf{v} , Φ の 6 つである. すなわち,

当該の系を閉じるにはもう1つの式が必要であり、その役割は圧力と密度の関係を表す状態方程式が担う。

ここまでの議論は、非相対論的物質を考えたが、相対論的な輻射を考えた場合、フリードマン方程式 (2.13) が

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2}(\bar{\rho}_{\text{tot}} + 3\bar{p}_{\text{tot}}) \quad (2.21)$$

と変更される。ここで、 $\rho = \rho c^2$ とする。このとき、一様宇宙において $\Phi = 0$ が解となるためには、ポアソン方程式が

$$\nabla^2 \phi = \frac{4\pi G}{c^2}(\rho_{\text{tot}} + 3p_{\text{tot}}) \quad (2.22)$$

でなければならない。すなわち、圧力も重力源として寄与するのである。このとき、(2.20) に対応する基礎方程式は、

$$\nabla^2 \Phi = \frac{4\pi G a^2}{c^2}(\bar{\rho}_{\text{tot}} \delta_{\text{tot}} + 3\delta p_{\text{tot}}) \quad (2.23)$$

となる。

以下では、ここままで得られた基礎方程式に関して線形近似を行い、密度揺らぎの発展方程式を導出する。まず、(2.18)、(2.19) に対して微小量の2次以上を落とし、合体させて1つの式にする。具体的には、(2.18) の時間微分をとったものと (2.19) の空間微分に a^{-1} をかけたものとの差をとることで \mathbf{v} を消去し、非線形項を落としたうえで \mathbf{v} を消去する。(2.18) の非線形項を落として時間微分した式は、

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} - \frac{H}{a} \nabla \cdot \mathbf{v} + \frac{1}{a} \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = 0 \quad (2.24)$$

であり、(2.19) の非線形項を落として空間微分し、 a^{-1} をかけた式は、

$$\frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \frac{H}{a} \nabla \cdot \mathbf{v} = -\frac{1}{a^2} \nabla^2 \Phi - \frac{\nabla^2 \delta p}{a^2 \bar{\rho}} \quad (2.25)$$

である。これらの差をとると、 \mathbf{v} を含む項が消える。更に、(2.18) を線形化した $\frac{1}{a} \nabla \cdot \mathbf{v} = -\frac{\partial \delta}{\partial t}$ を用いると、 \mathbf{v} を完全に消去することができ、次のような式が得られる。

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + 2H \frac{\partial \delta}{\partial t} - \frac{\nabla^2 \delta p}{a^2 \bar{\rho}} = \frac{4\pi G}{c^2} (\rho_{\text{tot}} \delta_{\text{tot}} + 3\delta p_{\text{tot}}). \quad (2.26)$$

ここで、重力ポテンシャルに関しては、ポアソン方程式 (2.23) を用いた。

このようにして得られた (2.26) は、断熱を仮定するとより簡単になる。すなわち、断熱における音速

$$c_s^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \quad (2.27)$$

を用いて圧力の揺らぎと密度揺らぎが

$$\delta p = c_s^2 \bar{\rho} \delta \quad (2.28)$$

と関係づいている場合、(2.26) をフーリエ変換した式は、

$$\frac{\partial^2 \tilde{\delta}}{\partial t^2} + 2H \frac{\partial \tilde{\delta}}{\partial t} - \left(4\pi G \bar{\rho} - \frac{k^2 c_s^2}{a^2} \right) \tilde{\delta} = 0 \quad (2.29)$$

となる。これが、密度揺らぎの発展を表す方程式である。この方程式の解の振る舞いに関しては、学部の力学で学習した知識から方程式を解かずとも理解することができる。まず、第1項は加速を表す。第2項はハッブルパラメータ H に比例し、宇宙膨張による摩擦を表している。第3項はポテンシャル $V(\delta) = -\left(4\pi G \bar{\rho} + \frac{k^2 c_s^2}{a^2} \right)$ による力を表している。この項が正の場合、すなわち $4\pi G \bar{\rho} - \frac{k^2 c_s^2}{a^2} < 0$ の場合、方程式の解は減衰振動となり、揺らぎは初期条件から次第に小さくなってしまい成長できないことになる。このような解に関して物理的に解釈すると2つの面から考えることができる。1つは、音速が大きい故に圧力が大きくなり、重力による揺らぎの成長が妨げられるという解釈、もう1つは、揺らぎのスケール $1/k$ が小さく、結果として重力が小さくなり成長が妨げられるという解釈である。いずれにせよ、この場合は揺らぎを成長させることはできない。一方、この項が負の場合、方程式は摩擦に抗って成長する解をもち、揺らぎは成長できる。

以上の考察から分かる通り、揺らぎが成長できる場合とできない場合を分ける波数の臨界値が存在し、以下のように書ける。

$$k_J := \frac{a\sqrt{4\pi G \bar{\rho}}}{c_s}. \quad (2.30)$$

$k < k_J$ のとき、密度揺らぎは圧力に打ち勝って成長することができ、逆に $k > k_J$ のときは成長できない。この臨界波数は、長さスケール

$$\lambda_J := \frac{2\pi a}{k_J} = c_s \sqrt{\frac{\pi}{G \bar{\rho}}} \quad (2.31)$$

に対応しており、 λ_J のことをジーンズ長と呼ぶ。ジーンズ長より小さいスケールでは、重力が十分に強くなく、揺らぎが成長できないのに対して、ジーンズ長より長いスケールで

は、十分に強い重力がはたらき、揺らぎが成長できる。また、質量の言葉で書くと、

$$M_J := \frac{4\pi\bar{\rho}}{3} \left(\frac{\lambda_J}{2}\right)^3 = \frac{\pi^{5/2}}{6} \frac{c_s^3}{\sqrt{G^3\bar{\rho}}} \quad (2.32)$$

である。これをジーンズ質量と呼び、重力収縮によって形成できる天体の最小質量を表す。

さて、発展方程式が得られたので具体的に解いてみよう。今、揺らぎが成長する場合に興味があるので、ジーンズ長よりも十分大きいスケールに注目して、(2.29)の解を考える。このとき、ポテンシャル項 ($\tilde{\delta}$ に比例する項) の k^2 に比例する項が $\bar{\rho}$ に比例する項に対して無視できる。よって、解くべき方程式は、

$$\ddot{\delta} + 2H\dot{\delta} - 4\pi G\bar{\rho}\delta = 0 \quad (2.33)$$

となる。 k^2 に依存する項を無視したことにより、波数に依らない式となったため、フーリエ成分でも空間成分でも成り立つ式となっている。そのため、 $\tilde{\delta}$ を単に δ と書いている。アインシュタイン-ド・ジッター宇宙を考えると、ハッブル定数と平均密度の時間依存性が決まり、

$$H = \frac{2}{3t}, \quad \bar{\rho} = \frac{1}{6\pi Gt^2} \quad (2.34)$$

となる。これらを (2.33) に代入すると、

$$\ddot{\delta} + \frac{4}{3t}\dot{\delta} - \frac{2}{3t^2}\delta = 0 \quad (2.35)$$

が得られる。これは同次方程式であるから、解は $\delta \propto t^l$ の形となり、代入すると l の値が、 $l = -1, \frac{2}{3}$ と求まる。よって、密度揺らぎの発展は、

$$\delta = At^{2/3} + Bt^{-1} \quad (2.36)$$

と書ける。 A, B はそれぞれ積分定数とする。第1項が成長モード、第2項が減衰モードをそれぞれ表す。時間が経つと減衰モードに比べて成長モードが卓越し、第1項のみを考えればよいことになる。アインシュタイン-ド・ジッター宇宙においては、 $\delta \propto a$ となり、密度揺らぎ δ は時間に関する単調増加関数となる。ここまでは線形近似の範囲内で議論したが、時間経過に伴って密度揺らぎは大きくなるため、やがては近似が悪くなり、非線形の効果効く領域に突入する。次節でそのような非線形理論の基本について解説する。

2.2 構造形成の非線形理論

2.1 節では密度揺らぎが $\rho\delta$ が、空間的平均密度に比べて十分小さく、線形近似が成り立つ範囲内での揺らぎの発展について説明した。2.1 節では主に物質優勢期以後の宇宙を前提とし、曲率やダークエネルギーも無視できるアインシュタイン-ド・ジッター宇宙について考えたが、考える時期に依らず揺らぎは時間に関して単調増加となるため、ある時刻で非線形領域に突入する。特に、銀河や銀河団よりも小スケールの構造形成では非線形性が重要になり、2.1 節のように解析的な扱いをするのが困難となる。そこで、適当なモデルを設定する必要がある。本節ではまず、非線形成長の物理を理解するためによく用いられる球対称崩壊モデルを導入する。球対称崩壊モデルでは、粒子の速度分散を無視したとき、球殻が自己重力で崩壊することによって中心密度を上昇させる過程を扱うことができるが、最終的にすべてが崩壊すると密度無限大になる。このような状況は現実的でなく、実際には密度無限大になる前に粒子の速度分散が無視できなくなり、ビリアル平衡に達することで天体を形成する。これについて、ビリアル定理を用いつつ説明する。最後に、球対称崩壊モデルを用いて、ある質量の天体に関する個数分布を表すプレス-シェヒター質量関数を導出する。なお、この節の議論は松原隆彦「現代宇宙論-時空と物質の共進化」を参考にした。

2.2.1 球対称崩壊モデル

まず、球対称崩壊モデルについて説明する。物理的な半径 R の球殻を考える。この半径の内部が質量 M をもつとしたときの、球殻の運動について考える。簡単のため、内部に存在する粒子の速度分散はないものと仮定する。初期条件として、球殻の半径が広がっていく場合と縮んでいく場合の2通りが考えられるが、ここでは膨張宇宙を前提とするため、初期に広がっていく場合を考える。また、2.1 節と同様にアインシュタイン-ド・ジッター宇宙を仮定する。球殻の運動方程式は、重力のみが作用するため、

$$\frac{d^2R}{dt^2} = -\frac{GM}{R^2} \quad (2.37)$$

となる。この運動方程式を1階積分すると（両辺に $\frac{dR}{dt}$ をかけてから積分）、

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{2GM}{R} + 2E \quad (2.38)$$

が得られる． E は積分定数とする．この微分方程式は具体的に解かずとも，解の振る舞いを推定することができる．各項の意味を考えると，左辺は球殻の速度の 2 乗，右辺第 1 項は脱出速度の 2 乗を表す．故に， E の符号によって球殻の振る舞いは変わる． $E > 0$ のとき，球殻の速度が脱出速度よりも大きくなるため，球殻が重力によって束縛されることなく，膨張し続ける．逆に， $E < 0$ のときは，球殻の速度が脱出速度よりも小さくなり，球殻は重力によって束縛されるので，ある点を境に収縮に転ずる．

(2.38) の具体的な解は，媒介変数 θ を用いることで以下のように明示的に書くことができる（ただし， A は定数とする）．

(i) $E > 0$ の場合：

$$\frac{R}{2GM} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 = \cosh^2 \frac{\theta}{2}, \quad \frac{ER}{GM} = \sinh^2 \frac{\theta}{2} \text{ とおくことで，以下のように求まる.}$$

$$\begin{cases} R = (GM)^{1/3} A^2 (\cosh \theta - 1), \\ t = A^3 (\sinh \theta - \theta). \end{cases} \quad (2.39)$$

(ii) $E < 0$ の場合：

$$\frac{R}{2GM} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 = \cos^2 \frac{\theta}{2}, \quad \frac{-ER}{GM} = \sin^2 \frac{\theta}{2} \text{ とおくことで，以下のように求まる.}$$

$$\begin{cases} R = (GM)^{1/3} A^2 (1 - \cos \theta), \\ t = A^3 (\theta - \sin \theta). \end{cases} \quad (2.40)$$

これを用いて，密度揺らぎ $\delta = (\rho - \bar{\rho})/\bar{\rho}$ は以下のように書くことができる．

$$\delta = \frac{9GMt^2}{2R^3} - 1 = \begin{cases} \frac{9}{2} \frac{(\sinh \theta - \theta)^2}{(\cosh \theta - 1)^3} - 1 & (E < 0) \\ \frac{9}{2} \frac{(\theta - \sin \theta)^2}{(1 - \cos \theta)^3} - 1 & (E > 0) \end{cases} \quad (2.41)$$

ここまでの結果を見れば分かる通り， $E < 0$ では初期に膨張する球殻はある点を境に収縮へ転じ，有限時間で密度が無限大に発散する．すなわち，天体を形成するための条件が整っている．一方で， $E > 0$ では密度が単調にゼロに近づいていくため，天体を形成することができない．

以下では，重力崩壊による天体形成に興味があるため，束縛解 $E < 0$ の場合に限って話を進める．この場合，先述の通り膨張する球殻の運動はある点で R が最大値をとり，以後は収縮することになる．そこで，(2.40) の R の式から最大になるときの θ の値は $\theta = \pi$ であることがわかる．この点を転回点と呼び，通過時の時間と半径は (2.40) に $\theta = \pi$ を代入することで，

$$t_{\text{turn}} = \pi A^3, \quad R_{\text{turn}} = 2A^2(GM)^{1/3} \quad (2.42)$$

と求まる．また，転回点での密度揺らぎは，

$$\delta_{\text{turn}} = \frac{9}{16}\pi^2 - 1 \quad (2.43)$$

である．転回点通過後の球殻は収縮し， $\theta = 2\pi$ のときに完全に崩壊する．この点のことを崩壊点と呼び，通過時の時間は，

$$t_{\text{coll}} = 2t_{\text{turn}} = 2\pi A^3 \quad (2.44)$$

となる．(2.42)，(2.44) より，転回点から崩壊点までにかかる時間を求めると，

$$t_{\text{turn} \rightarrow \text{coll}} = t_{\text{coll}} - t_{\text{turn}} = \pi A^3 = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho_{\text{turn}}}} \quad (2.45)$$

となり，自由落下時間に等しくなることがわかる．ここで， ρ_{turn} は転回点における密度を表し， $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{\text{turn}}$ を満たす．

球対称崩壊モデルは非線形成長を扱うだけでなく，線形成長に関する事項も内包している． θ が十分小さいとして密度揺らぎ，時間をテーラー展開すると，

$$\delta = \frac{3}{20}\theta^2 + \mathcal{O}(\theta^4), \quad (2.46)$$

$$t = A^3 \left(\frac{1}{6}\theta^3 + \mathcal{O}(\theta^5) \right) \quad (2.47)$$

と書ける．最低次に関して， δ を t の関数として表すと，

$$\delta_{\text{L}}(t) \simeq \frac{3(6t)^{2/3}}{20A^2} \quad (2.48)$$

が成り立つ．よって，崩壊点での密度揺らぎは，

$$\delta_{\text{L}}(t_{\text{coll}}) = \frac{3(12\pi)^{2/3}}{20} \simeq 1.69 \quad (2.49)$$

となり，これが密度が無限大になる点を表す．

2.2.2 球対称崩壊モデルとビリアル平衡

ここまでの議論で，球対称崩壊モデルを概観し，初期に膨張する球殻は束縛解において転回点まで広がると，以降は収縮に転じ，崩壊点で密度が無限大になることを見た．しかし，現実ではダークマターにしろバリオンにしろ，崩壊して密度が無限大になることはない．上の議論では，簡単のために粒子の速度分散を無視しているが，密度がある程度高く

なるとこの仮定は正しくなくなり、結果的にはビリアル平衡に至ることで天体を形成する。以下では、球対称崩壊モデルにビリアル定理を適用し、ビリアル平衡に至ったときの密度揺らぎを求める。

まず、球対称崩壊モデルが一様密度球を対象にしていることから、この球のもつポテンシャルエネルギーが求められる。半径 r 内に含まれる質量を $M(r)$ で表すと、 $M(r) = (r^3/R^3)M$ である。また、半径 r の球殻の質量を $dm(r)$ とすると、 $dm(r) = 4\pi r^2 \rho dr$ である。以上から、球のポテンシャルエネルギーは、

$$U = - \int_0^R \frac{GM(r)dm(r)}{r} = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \quad (2.50)$$

と求められる。ビリアル定理 $\langle E \rangle = \frac{1}{2} \langle U \rangle$, $\langle K \rangle = -\frac{1}{2} \langle U \rangle$ を用いると、球の運動エネルギーと全エネルギーはそれぞれ、

$$K = \frac{3}{10} \frac{GM^2}{R}, \quad (2.51)$$

$$E = -\frac{3}{10} \frac{GM^2}{R} \quad (2.52)$$

と書ける。

ここで、運動エネルギーに関しては球内部の粒子に関して考えることにより、粒子の速度分散を用いて表すことができる。例えば、最も簡単な系として、質量 m をもつ N 個の粒子集団からなる一様密度球を考えると、運動エネルギーは、

$$K = \frac{1}{2} m \sum_{i=1}^N |\mathbf{v}_i|^2 = \frac{1}{2} M \sigma^2 \quad (2.53)$$

となる。ここで、 $\sigma := \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\mathbf{v}_i|^2$ は粒子の速度分散を表し (\mathbf{v}_i は i 番目の粒子の速度)、球の質量が $M = mN$ となることを用いた。(2.52) と合わせると、

$$\sigma^2 = \frac{3}{5} \frac{GM}{R} \quad (2.54)$$

が得られる。実際の観測量は速度分散そのものではなく、その視線方向成分であることが多く、速度分布が等方的であると仮定すると、 $\sigma_r^2 = \frac{\sigma^2}{3}$ が便利な量となる。これを用いて質量を表すと、

$$M_{\text{vir}} = \frac{5R\sigma_r^2}{G} \quad (2.55)$$

となり、観測的な天体質量の目安を表す量となる。この質量のことをビリアル質量と呼ぶ。

以下では、より現実的な平均分子量 μ の分子 N 個からなる理想気体で満たされた球殻を考える。このとき、粒子の運動エネルギーは、

$$K = \frac{1}{2} \sum_i m_i |\mathbf{v}_i|^2 = \frac{1}{2} N \mu m_{\text{H}} \langle v^2 \rangle \quad (2.56)$$

となる (m_i は i 番目の粒子の質量)。ここで、速度分散は、

$$\langle v^2 \rangle := \frac{1}{N \mu m_{\text{H}}} \sum_i m_i |\mathbf{v}_i|^2 \quad (2.57)$$

と定義した。ビリアル定理と一様密度球のポテンシャルエネルギーの表式を用いると、

$$\langle v^2 \rangle = \frac{3}{5} \frac{GM}{R} \quad (2.58)$$

と書くことができる。また、粒子の運動エネルギーが系の内部エネルギーであると仮定して温度を定義すると、

$$\frac{1}{2} \mu m_{\text{H}} \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_{\text{B}} T \quad (2.59)$$

と書ける。 k_{B} はボルツマン定数である。ただし、実際は熱平衡状態ではないのでこの温度に熱力学的な温度としての意味はなく、ビリアル温度と呼ばれ、温度の指標になる。(2.59)、(2.58) より、ビリアル温度は、速度分散を用いて以下のように書くことができる。

$$T_{\text{vir}} = \frac{\mu m_{\text{H}}}{3k_{\text{B}}} \langle v^2 \rangle = \frac{\mu m_{\text{H}} GM}{5k_{\text{B}} R} \quad (2.60)$$

以上の議論を用いて天体形成を球対称崩壊モデルで再度考察する。転回点における運動エネルギーはゼロであり、ポテンシャルエネルギーは転回点の半径 R_{turn} を用いて、 $U = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R_{\text{turn}}}$ と書けるので、全エネルギーは、

$$E = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R_{\text{turn}}} \quad (2.61)$$

となる。前述の通り、転回点以後の球殻は収縮に転ずるが、崩壊点に至る前に粒子の速度分散が無視できなくなり、ビリアル平衡に達する。故に、天体形成段階ではビリアル定理を用いるのがよい。ビリアル平衡に達したときの天体半径を R_{vir} とすると、このときのポテンシャルエネルギーは、

$$U_{\text{vir}} = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R_{\text{vir}}} \quad (2.62)$$

と書くことができ、ビリアル定理により、全エネルギーは、

$$E = \frac{U_{\text{vir}}}{2} = -\frac{3}{10} \frac{GM^2}{R_{\text{vir}}} \quad (2.63)$$

となる。転回からビリアル平衡までエネルギーが保存することから、

$$R_{\text{vir}} = \frac{1}{2} R_{\text{turn}} \quad (2.64)$$

が求まる。以上より、収縮に転じてからビリアル平衡に達するまでには、転回点より 1/2 だけ縮めばよく、かかる時間は崩壊点までの時間とほぼ同じで t_{coll} が目安になる。インシュタイン-ド・ジッター宇宙において、 $t = t_{\text{coll}}$ での宇宙の平均密度は、

$$\bar{\rho}_{\text{coll}} = \frac{1}{6\pi G t_{\text{coll}}^2} \quad (2.65)$$

であり、天体の質量密度が、天体の半径 R_{vir} を用いて

$$\rho_{\text{coll}} = \frac{3M}{4\pi R_{\text{vir}}^3} \quad (2.66)$$

となることから、崩壊時の密度揺らぎは以下のように求まる。

$$\delta_{\text{coll}} = \frac{\rho_{\text{coll}}}{\bar{\rho}_{\text{coll}}} - 1 = 18\pi^2 - 1 \simeq 177 \quad (2.67)$$

さて、ここまでの議論はインシュタイン-ド・ジッター宇宙に限定した話であったが、これを $\Omega_{\text{m}} + \Omega_{\Lambda} = 1$ となる (Ω_{m} , Ω_{Λ} はそれぞれ物質、ダークエネルギーの密度パラメータ) Λ CDM モデルに拡張しよう (Bryan and Norman 1998)。このとき、崩壊時の密度揺らぎ δ_{coll} に対応する量は、

$$\Delta_{\text{c}} = 18\pi^2 + 82(\Omega_{\text{m}}^z - 1) - 39(\Omega_{\text{m}}^z - 1)^2 \quad (2.68)$$

と書ける。ここで、

$$\Omega_{\text{m}}^z = \frac{\Omega_{\text{m}}(1+z)^3}{\Omega_{\text{m}}(1+z)^3 + \Omega_{\Lambda} + \Omega_{\text{k}}(1+z)^2} \quad (2.69)$$

である。ハロー質量を M_{halo} とすると、ビリアル半径は、

$$R_{\text{vir}} = 0.784 \text{ kpc} \left(\frac{M_{\text{halo}}}{10^8 h^{-1} M_{\odot}} \right)^{1/3} \left(\frac{\Omega_{\text{m}}}{\Omega_{\text{m}}^z} \frac{\Delta_{\text{c}}}{18\pi^2} \right)^{-1/3} \left(\frac{1+z}{10} \right)^{-1} h^{-1} \quad (2.70)$$

であり、対応する円運動の速度は、

$$V_{\text{c}} = \left(\frac{GM_{\text{halo}}}{R_{\text{vir}}} \right)^{1/2} = 23.4 \text{ km/s} \left(\frac{M_{\text{halo}}}{10^8 h^{-1} M_{\odot}} \right)^{1/3} \left(\frac{\Omega_{\text{m}}}{\Omega_{\text{m}}^z} \frac{\Delta_{\text{c}}}{18\pi^2} \right)^{1/6} \left(\frac{1+z}{10} \right)^{1/2} \quad (2.71)$$

である。また、ビリアル温度は、

$$T_{\text{vir}} = \frac{\mu m_{\text{H}} V_{\text{c}}^2}{2k_{\text{B}}} = 1.98 \times 10^4 \text{ K} \left(\frac{\mu}{0.6} \right) \left(\frac{M_{\text{halo}}}{10^8 h^{-1} M_{\odot}} \right)^{2/3} \left(\frac{\Omega_{\text{m}} \Delta_{\text{c}}}{\Omega_{\text{m}}^z 18\pi^2} \right)^{1/3} \left(\frac{1+z}{10} \right) \quad (2.72)$$

である。つまり、宇宙モデルを仮定すればビリアル半径やビリアル温度は、ハロー質量と赤方偏移 z のみで決まるのである。

2.2.3 プレス-シェヒターの手法とハロー質量関数

次に、ここまでの解析を用いて銀河や銀河団の数密度を見積もるための方法を構築する。これは宇宙論的シミュレーションで求めることができるが、物理的な理解のためには解析的な定式化も行なっておくと見通しがよい。ここでは、最も簡単なプレス-シェヒターの方法について解説する (Press and Schechter 1974)。

基礎となる考え方は、初期の密度揺らぎのガウス性と線形成長、球対称崩壊モデルである。まず、初期の密度揺らぎがガウス分布であることは観測的にもよい精度で確認されている。このため、任意の空間点で密度揺らぎが $[\delta, \delta + d\delta]$ にある確率は、

$$P(\delta)d\delta = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right\} d\delta \quad (2.73)$$

と書ける。 σ は分散を表す。線形領域において、時刻 t での密度揺らぎは $\delta(t, \mathbf{x}) = D(t)\delta(t_0, \mathbf{x})$ のように初期時刻 t_0 での密度揺らぎの線形変換によって求められるため、どの時刻においても密度揺らぎのガウス性は保たれている。天体が形成されるのは、密度揺らぎが非線形領域に突入してからであり、 Λ CDM モデルによると小スケールの揺らぎほど早く非線形領域に入るため、小質量天体ほど形成されやすい。プレス-シェヒターの方法においては、質量 M の天体が形成される条件を以下のように仮定する。まず、共動座標での半径 R 、平均密度 $\bar{\rho}_0$ とし、

$$M = \frac{4\pi}{3} \bar{\rho}_0 R^3 \quad (2.74)$$

とする。この M に対する揺らぎを、共動座標 \mathbf{q} における球の体積で平均化された揺らぎであるとする：

$$\delta_M(t, \mathbf{q}) = \frac{1}{(4\pi/3)R^3} \int_{|\mathbf{q}'-\mathbf{q}|\leq R} d^3q' \delta_{\text{L}}(t, \mathbf{q}'). \quad (2.75)$$

ここで、 δ_M は δ_L の線形結合であるから、ガウス分布となる：

$$P(\delta_M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2(M)}} \exp\left\{-\frac{\delta_M^2}{2\sigma^2(M)}\right\}. \quad (2.76)$$

このような設定のもとで、共動座標 \mathbf{q} を中心とした物質素片を考えたとき、 $\delta_M(t, \mathbf{q}) > \delta_c$ ならば物質素片が質量 M の天体に取り込まれると要請する。すなわち、ある質量に対する密度揺らぎが臨界値を超えたときに、その質量の天体が形成されるという仮定をおく。ここで、密度揺らぎの臨界値に関しては、球対称崩壊モデルで導出した $\delta_c \approx 1.69$ を用いるのが普通である。このとき、質量 M 以上の天体に取り込まれる領域の割合は、

$$\begin{aligned} P_{>\delta_c}(M) &= \int_{\delta_c}^{\infty} P(\delta_M) d\delta_M \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\delta_c/\sigma(M)}^{\infty} e^{-x^2/2} dx \end{aligned} \quad (2.77)$$

と書ける。ここで、 $x = \delta_M/\sigma(M)$ とおいた。ここから、質量 $M + dM$ 以上の天体に取り込まれる領域の割合を引けば、質量範囲 $[M, M + dM]$ に取り込まれる天体の割合がわかる。このような天体の数密度を $n(M)dM$ とおくと、その全質量は $n(M)MdM$ と表される。

ここまでの考え方では、一度形成された天体が合体等によって別の天体に取り込まれるという過程を考慮していないため、形成される天体の数密度を正確に見積もったことにはなっていない（クラウドインクラウド問題）。また、密度揺らぎが負の値になる場合も考慮されていないので、積分の下限 $\delta_c/\sigma(M)$ は常に正の値をとる。よって、積分 $\int_{\delta_c/\sigma(M)}^{\infty} e^{-x^2/2} dx$ の値は常に $\sqrt{2\pi}/2$ よりも小さくなるため、質量 M 以上の天体に取り込まれる領域は常に半分以下ということになってしまう。つまり、宇宙空間に存在する物質のうち半分は天体形成に寄与しないという結論になってしまい、現実の構造形成と矛盾がある。プレス-シェヒター理論では、天体の数密度を単純に2倍することでこれらの問題を回避している。すなわち、質量 $[M, M + dM]$ に取り込まれる天体の全質量は、

$$\begin{aligned} n(M)MdM &= 2\bar{\rho}_0 |P_{>\delta_c}(M) - P_{>\delta_c}(M + dM)| \\ &= 2\bar{\rho}_0 \left| \frac{dP_{>\delta_c}}{d\sigma(M)} \right| \left| \frac{d\sigma(M)}{dM} \right| dM \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\bar{\rho}_0}{M} \left| \frac{d \log \sigma(M)}{d \log M} \right| \frac{\delta_c}{\sigma(M)} \exp\left\{-\frac{\delta_c^2}{2\sigma^2(M)}\right\} dM \end{aligned} \quad (2.78)$$

となる。 $n(M)$ をプレス-シェヒター質量関数と呼ぶ。 $n(M)$ は δ_c , $\sigma(M)$ に依存し、また δ_c は赤方偏移 z に依存するため、 $n(M)$ はある赤方偏移に関して質量 M の天体の数密度を表す。

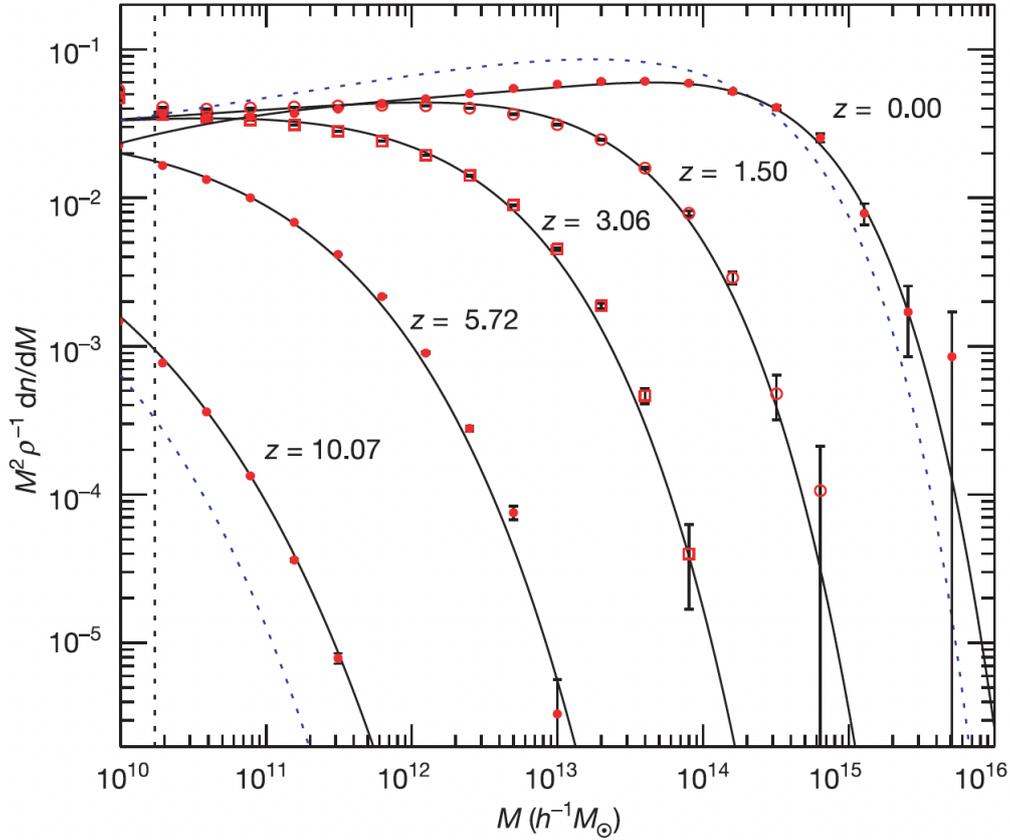


図 2.1: 宇宙論的 N 体シミュレーションによるハロー質量関数の一例. 赤い点がシミュレーションの点に相当し, 点線と実線はそれぞれ図中の数字が表す赤方偏移に対応するプレス-シェヒター質量関数, シェス-トーマン質量関数 (本稿では導入していない) である. [Springel et al. \(2005\)](#) より引用.

プレス-シェヒター質量関数は上で述べた通りやや正当性に欠ける議論から導出されたものであるが, 宇宙論的 N 体シミュレーションの結果とほとんど合致することが知られている. そのため, 宇宙論を仮定したときのある赤方偏移における銀河の密度分布を推定する際などによく用いられている. 図 2.1 に N 体シミュレーションによって得られた銀河の個数分布の一例を示す.

図 2.2 は, パワースペクトラムを決めたときの $\sigma(M)$ と $\delta_c(z)$ の値を示したものである. 実線は λ CDM モデルに対する $\sigma(M)$ の値であり, 横点線は $z = 0, 2, 5, 10, 20, 30$ に対する $\delta_c(z)$ の値を表す. これらの交点は, 各赤方偏移 z において 1σ で崩壊するような質量スケールを表している. 例えば, $z = 5$ では, 質量スケール $M = 2 \times 10^7 M_\odot$ のハ

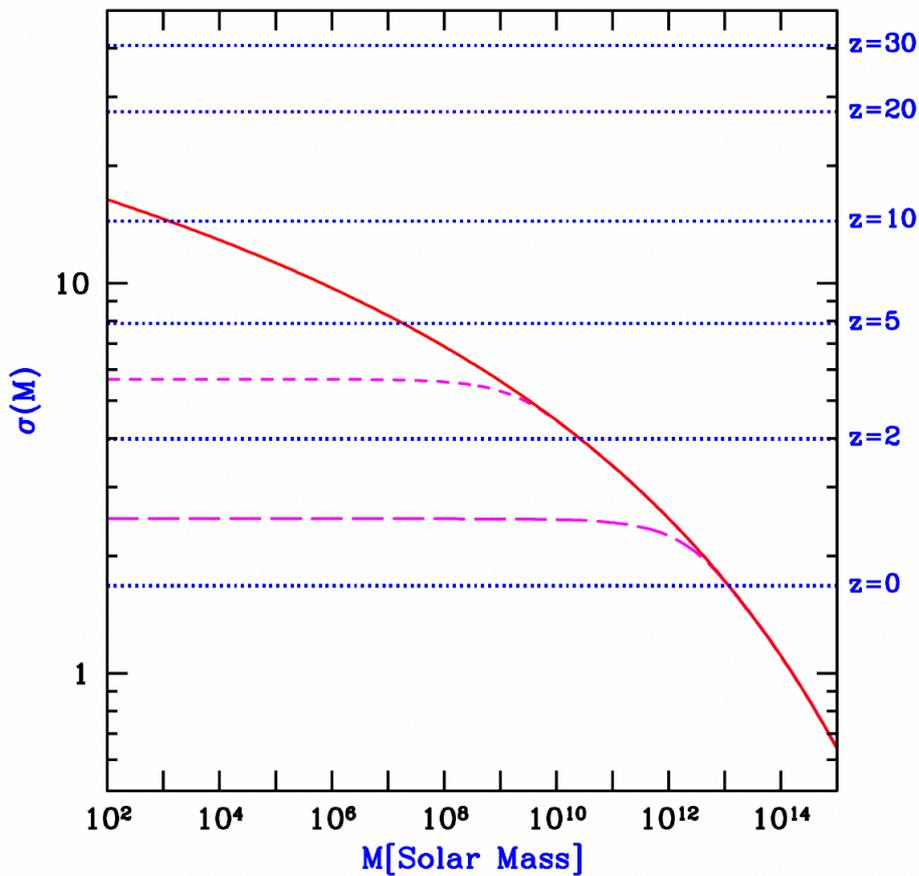


図 2.2: λ CDM モデルの質量揺らぎと密度揺らぎの臨界値. 横点線は図中に示された z のおける $\delta_c(z)$ の値を表す. 実線と点線の交点が各赤方偏移 z において 1σ で崩壊するハローの質量スケールを表している. [Barkana and Loeb \(2001\)](#) より引用.

ローが 1σ で崩壊し, 質量スケール $M = 3 \times 10^{10} M_\odot$ のハローが 2σ で崩壊する. この図から, 高赤方偏移で崩壊するハローの質量は低質量なものが多く, 現代に近づくほど大質量になることがわかる.

図 2.2 に類するグラフは様々な形式で描くことができる. 例えば, 図 2.3 は, 崩壊するハローの質量を赤方偏移の関数として表したものであり, 図 2.4 は赤方偏移ごとに描いたハロー質量関数である.

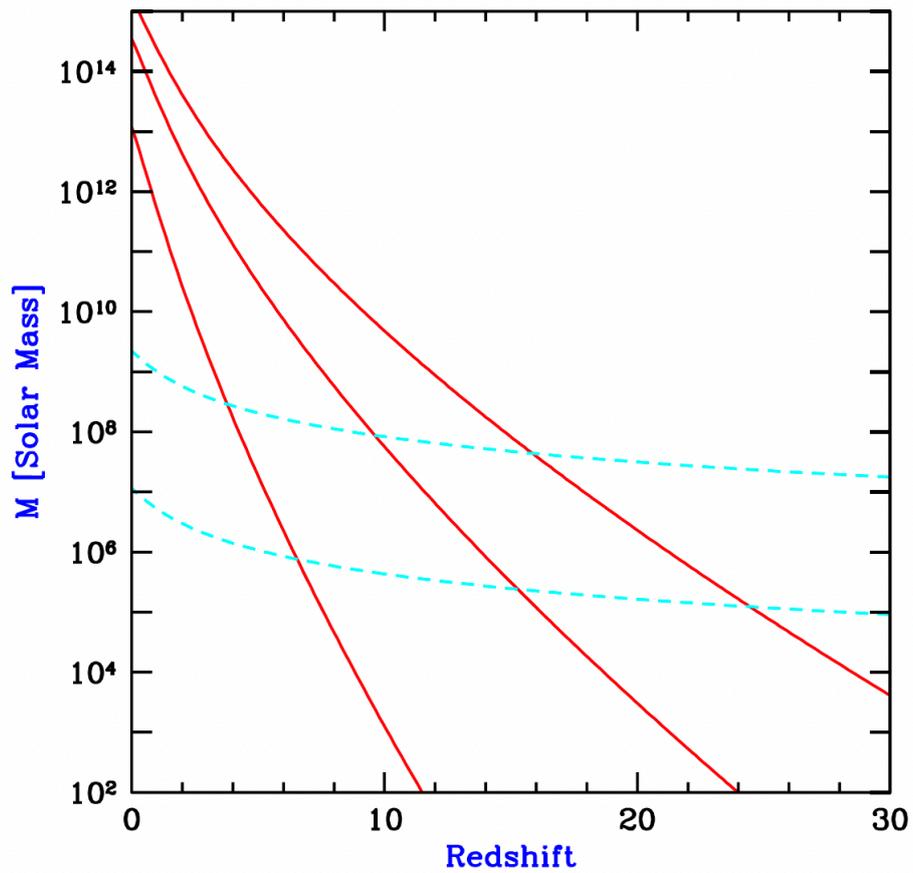


図 2.3: 崩壊するハローの質量. 各実線は下から順に 1σ , 2σ , 3σ を示す. 破線はガスを十分冷却するために必要な最小温度に対応する質量を表しており, 上側が始原ガスを考えた場合, 下側が水素原子を考えた場合に相当する. [Barkana and Loeb \(2001\)](#)より引用.

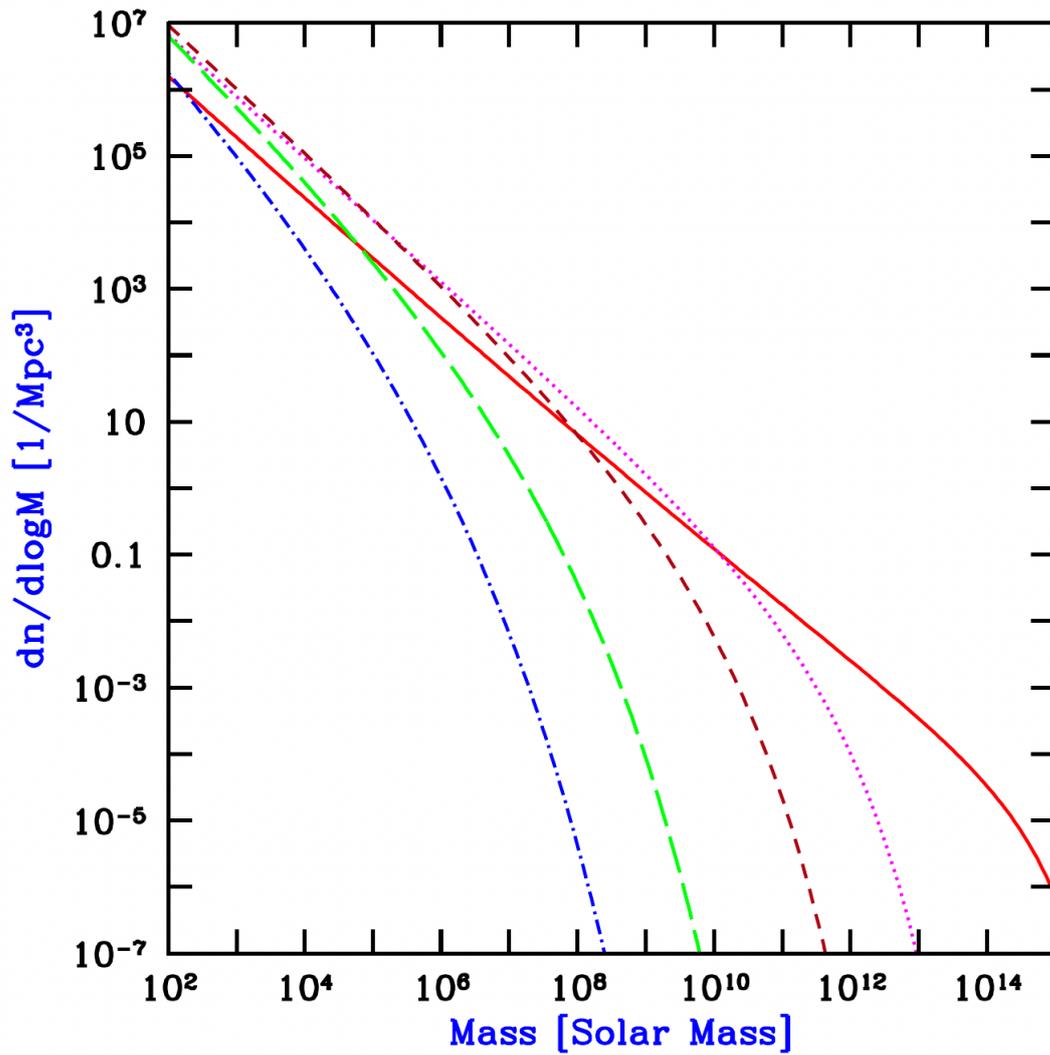


図 2.4: 各赤方偏移に対するハロー質量関数. 実線が $z = 0$, 点線が $z = 5$, 短い破線が $z = 10$, 長い破線が $z = 20$, 一点鎖線が $z = 30$ を表す. [Barkana and Loeb \(2001\)](#) より引用.

2.3 最小冷却質量

前節までは、線形成長、非線形成長によるダークマターやバリオンの崩壊について議論した。この後、天体を形成するにはバリオンが崩壊して高密度領域を作らなければならない。バリオンが崩壊するためには、冷却によってガスの温度を下げ、重力不安定性を引き起こすことが必要である。現代の宇宙においては、重元素が満ち満ちているため、重元素やダストによる冷却が効いて重力不安定性による崩壊が駆動されるが、最初の天体形成を考える際は状況が異なる。重元素は、星が形成された後に星の内部で作られた元素が超新星爆発等で撒き散らされることによって増えていくため、それまでに天体のない状況では、ビッグバン元素合成で形成された軽い元素以外は存在し得ない。主に存在するのは水素とヘリウムであるが、天体が形成される赤方偏移 $20 \lesssim z \lesssim 100$ では、ビリアル温度が $10^2 - 10^3$ [K] であるから、図 2.5 に示した通り水素原子やヘリウムによる冷却は効かず、水素分子による冷却が主になる。そこで、以下では水素分子の輝線冷却によるガスの収縮について Tegmark et al. (1997) を基にして解説する。

まず、水素分子による冷却過程について簡単に導入する。簡単のため、二準位系を考える。エネルギーが低い方の準位の数密度を n_1 、高い方の準位の数密度を n_2 とし、準位間のエネルギーを $h\nu_{21}$ とする。また、 A_{21} 、 C_{12} 、 C_{21} をそれぞれ自発放射、衝突による励起、衝突による脱励起に関するアインシュタイン係数とする。今、星ができる前の状況を考えているので外部からの放射を無視する。水素分子が水素原子や他の水素分子との衝突によって回転モード、あるいは振動モードへと励起されるとき、脱励起のプロセスには放射による脱励起と衝突による脱励起という2つのチャンネルが存在する。前者は系外にエネルギーを放出するため冷却に効くが、後者は正味のエネルギー損失がなく冷却には寄与しない。低密度状態では、衝突頻度が小さいために自発放射が支配的となり、衝突による脱励起は無視することができる。よって、

$$n_2 A_{21} = n_1 C_{12} \quad (2.79)$$

が成り立つ。このとき、単位体積あたりの冷却率は

$$\lambda_{\text{H}_2} = h\nu_{21} A_{21} n_2 = h\nu_{21} n_1 C_{12} \quad (2.80)$$

と書くことができ、励起によるアインシュタイン係数 C_{12} が数密度に比例することを用いると、単位体積あたりの冷却率が n^2 に比例することが分かる。よって、単位質量あたりの冷却率は $\lambda_{\text{H}_2} \propto n$ となり、密度上昇とともに冷却率も上昇することが分かる。高密度

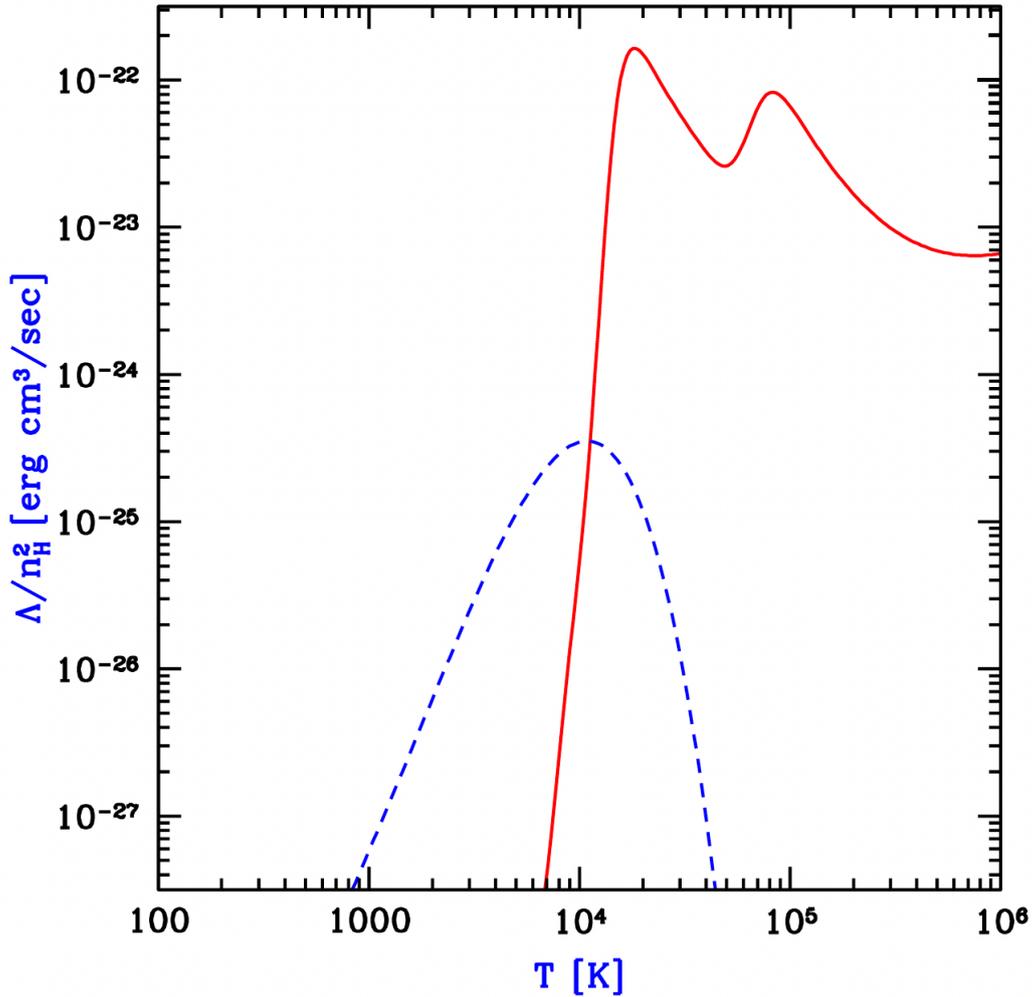


図 2.5: 始原ガスの冷却率. 赤の実線が水素原子とヘリウムによる冷却率, 青の破線が水素分子による冷却率を表す. [Barkana and Loeb \(2001\)](#)より引用.

状態では逆に, 衝突による脱励起が支配的となる. このため, 局所熱平衡となっており,

$$n_2 C_{21} = n_1 C_{12} \quad (2.81)$$

が成立する. よって, 単位体積あたりの冷却率は,

$$\lambda_{\text{H}_2} = h\nu_{21} A_{21} n_2 = h\nu_{21} A_{21} n_1 \frac{C_{21}}{C_{12}} \quad (2.82)$$

となり, n に比例する. このため, 単位質量あたりの冷却率は $\lambda_{\text{H}_2}/\rho = \text{const.}$ となり, 冷却率は密度によらず一定となる. このように, 水素分子による冷却の描像は環境の密度

表 2.1: 本文中で用いた化学反応

反応	反応率 (cm^3s^{-1})	参考文献
$\text{H}^+ + \text{e}^- \rightarrow \text{H} + h\nu$	$k_1 \approx 1.88 \times 10^{-10} T^{-0.64}$	Hutchins 1976
$\text{H} + \text{e}^- \rightarrow \text{H}^- + h\nu$	$k_2 \approx 1.83 \times 10^{-18} T^{0.88}$	Hutchins 1976
$\text{H}^- + \text{H} \rightarrow \text{H}_2 + \text{e}^-$	$k_3 \approx 1.3 \times 10^{-19}$	Hirasawa 1969
$\text{H}^- + h\nu \rightarrow \text{H} + \text{e}^-$	$k_4 \approx 0.114 T_\gamma^{2.13} e^{-8650/T_\gamma}$	Tegmark et al. 1997
$\text{H}^+ + \text{H} \rightarrow \text{H}_2^+ + h\nu$	$k_5 \approx 1.85 \times 10^{-23} T^{1.8}$	Shapiro and Kang 1987
$\text{H}_2^+ + \text{H} \rightarrow \text{H}_2 + \text{H}^+$	$k_6 \approx 6.4 \times 10^{-10}$	Karpas et al. 1979
$\text{H}_2^+ + h\nu \rightarrow \text{H} + \text{H}^+$	$k_7 \approx 6.36 \times 10^5 e^{-71600/T_\gamma}$	Tegmark et al. 1997
$\text{e}^- + h\nu \rightarrow \text{e}^- + h\nu$	$k_8 \approx 4.91 \times 10^{-22} T_\gamma^4$	

に依存して変わる．高密度状態と低密度状態の臨界密度を n_{cr} とおくと，興味のある温度 $T \simeq 10^3 \text{ K}$ 領域においては， $n_{\text{cr}} \simeq 10^4 \text{ cm}^{-3}$ となる．

これらの前提のもとで，ガス雲が冷却によって収縮するために必要な水素分子の量を見積もる．ガス雲が収縮するには，冷却時間がハッブル時間に比べて短く，冷却が効率よく効くという状況が必要である．ハッブル時間については宇宙論から決まるため，当分の問題は冷却時間の見積もりを化学過程を考慮したうえでできるだけ正確に行うことである．

ともあれ，まずは簡単なところからということで，宇宙論に基づいてハッブル時間を見積もろう．定義より計算すると，

$$t_{\text{Hubble}} = \int_0^t dt = \frac{1}{H_0} \int_z^\infty \frac{dz}{(1+z)H} \quad (2.83)$$

である (H_0 は現代のハッブル定数)．ここで，アインシュタイン-ド・ジッター宇宙 ($\Omega_{\text{m}} = 1$) を考えると，

$$\frac{H}{H_0} = (1+z)^{3/2} \quad (2.84)$$

であるから，これを用いて積分を計算すると，

$$t_{\text{Hubble}} = \frac{2}{3H_0(1+z)^{3/2}} = 6.5 \times 10^6 \text{ yr } h^{-1} \left(\frac{1+z}{100} \right)^{-3/2} \quad (2.85)$$

が得られる．

さて，次に冷却時間を計算しよう．各種冷却率に関しては，[Hollenbach and McKee \(1979\)](#) にフィッティング関数が記されており，それらを引用する．水素分子同士の衝突

は、その存在割合が $\sim 10^{-3}$ と小さいので無視できる。このとき冷却率は、

$$\lambda \approx \frac{\lambda_r^{\text{LTE}}}{1 + n_{\text{cr}}/n} \quad (2.86)$$

と書ける。ここで、臨界密度は

$$n_{\text{cr}} \approx \frac{\lambda_r^{\text{LTE}}}{\lambda_r^{n \rightarrow 0}} n \quad (2.87)$$

であり、局所熱平衡での冷却率は、

$$\begin{aligned} \lambda_r^{\text{LTE}} \approx & \frac{1}{n} \left[\left(\frac{9.5 \times 10^{-22} T_3^{3.76}}{1 + 0.12 T_3^{2.1}} \right) \exp \left\{ \left(-\frac{0.13}{T_3} \right)^3 \right\} \right. \\ & \left. + 3 \times 10^{-24} \exp \left\{ -\left(\frac{0.51}{T_3} \right) \right\} \right] \text{erg cm}^{-3} \text{s}^{-1} \end{aligned} \quad (2.88)$$

である。ここで、 $T_3 := T/10^3 \text{ K}$ とする。また、低密度極限での冷却率は、

$$\begin{aligned} \lambda_r^{n \rightarrow 0} \approx & \frac{5}{4} \gamma_2 (E_2 - E_0) \exp \left\{ -\left(\frac{E_2 - E_0}{k_B T} \right) \right\} \\ & + \frac{7}{4} \gamma_3 (E_2 - E_0) \exp \left\{ -\left(\frac{E_3 - E_1}{k_B T} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.89)$$

と書ける。ここで、水素分子の異性体としてオルト異性体、パラ異性体を考え、その存在比が 3 : 1 であると仮定した。第 1 項がパラ異性体による冷却、第 2 項がオルト異性体による冷却を表す。また、

$$E_J = \frac{J(J+1)}{2} E_1 \quad (2.90)$$

であり、 $E_1/k_B \approx 171 \text{ K}$ とする。よって、

$$\frac{E_2 - E_0}{k_B} = \frac{3}{5} \frac{E_3 - E_1}{k_B} = \frac{3E_1}{k_B} \approx 512 \text{ K} \quad (2.91)$$

である。また、

$$\gamma_J(T) = \left(\frac{10^{-11} T_3^{1/2}}{1 + 60 T_3^{-4}} + 10^{-12} T_3 \right) \left[0.33 + 0.9 \exp \left\{ \left(-\left(\frac{J - 3.5}{0.9} \right)^2 \right) \right\} \right] \text{cm}^3 \text{s}^{-1} \quad (2.92)$$

は水素原子の衝突による脱励起（四重極）を表す。水素分子の形成は、



によって起こる。この反応の反応率は高く、すべてのオルト異性体がパラ異性体へと変化していると見なせるので、低密度極限の冷却率に関しては、パラ異性体の寄与に 4 をかければよい(Abel et al. 1997)。すなわち、

$$\lambda_r^{n \rightarrow 0} \approx 4\gamma_2(E_2 - E_0) \exp\left\{-\left(\frac{E_2 - E_0}{k_B T}\right)\right\} \quad (2.94)$$

となる。これより、冷却時間は、

$$t_{\text{cool}} := \frac{T}{\dot{T}} \approx 4.82 \times 10^4 \text{ yr} \left(1 + \frac{10T_3^{7/2}}{60 + T_3^4}\right)^{-1} \exp\left\{\left(\frac{512 \text{ K}}{T}\right)\right\} (fn_1)^{-1} \quad (2.95)$$

と求まる。ここで、 f は水素分子の割合を表しており、 $n_1 := n/1 \text{ cm}^{-3}$ とする。

以上の結果から、冷却時間がハッブル時間と等しくなる時の水素分子の割合を、

$$f = 1.6 \times 10^{-4} \left(\frac{h\Omega_b}{0.03}\right)^{-1} \left(\frac{1+z}{100}\right)^{-3/2} \left(1 + \frac{10T_3^{7/2}}{60 + T_3^4}\right)^{-1} \exp\left\{\left(\frac{512 \text{ K}}{T}\right)\right\} \quad (2.96)$$

のように求めることができる (Ω_b はバリオン密度パラメータ)。すなわち、ハッブル時間内にガス雲を冷却して収縮させるには、水素分子の割合が少なくとも 10^{-4} 以上でなければならないということがわかる。この結果を、異なる赤方偏移に関して温度の関数として描いたものが図 2.6 の右肩下がりの線である。

次に、ハッブル時間内に実際に形成される水素分子の割合を計算する。水素分子を形成する反応として最初に思い浮かぶのは、2つの水素原子から直接水素分子を作る



であろう。しかし、水素分子は双極子モーメントをもたないため、この反応が起こる確率は非常に小さい。現代の星形成理論において水素分子が豊富に存在するのは、ダストを介してこの反応が起こるためである。

このため、水素分子の生成反応は以下の 2 通りとなる。

1. H^- 過程：



によって H^- を作ったあと、



によって水素分子を作る過程。

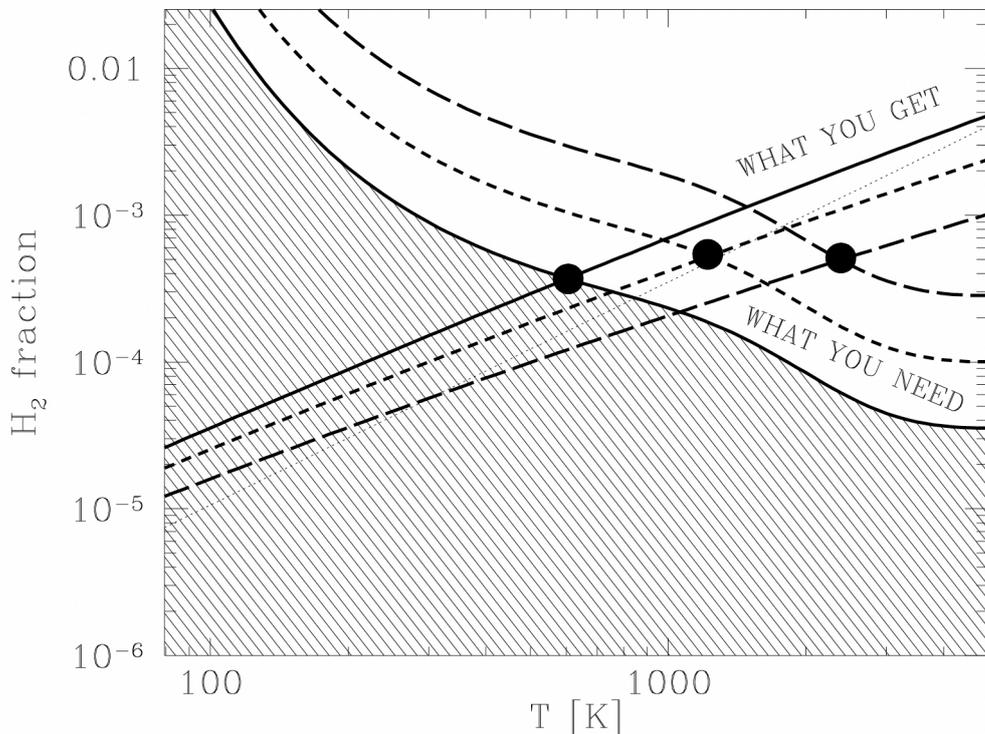


図 2.6: 冷却に必要な水素分子の割合と, 形成される水素分子の割合. 実線, 短い破線, 長い破線はそれぞれ $z_{\text{vir}} = 100, 50, 25$ にビリアル化されたガス雲に対応する. 右肩下がりの曲線よりも上側に位置するガス雲のみがハッブル時間内に冷却され得る ($z_{\text{vir}} = 100$ では斜線領域の外側に対応). 右肩上がりの曲線は, ハッブル時間内に生成される水素分子の割合を表す. つまり, 2つの曲線の交点が崩壊に必要な最小温度を示しており, 図中では黒い点を打っている. [Tegmark et al. \(1997\)](#)より引用.

2. H_2^+ 過程:



によって H_2^+ を作ったあと,



によって水素分子を作る過程.

$T \lesssim 10^3 \text{ K}$ における水素の数密度は, $n = n[\text{H}] + n[\text{H}^+] + 2n[\text{H}_2]$ と表される. 電離度を $x := n[\text{H}^+]/n$, 水素分子の割合を $f := n[\text{H}_2]/n$ とおく. 以下は, 低密度の場合を考え

る。なお、関係する化学反応とその反応率については表 2.1 にまとめられている。まず、 H^- 過程による水素分子の生成では、表 2.1 より H^- の生成反応が律速段階である。しかし、 H^- は CMB 光子によって破壊されるため、最終的な反応係数にはこの効果も含めなければならない。一方、 H_2^+ 過程による水素分子の生成を考えたでは、 H_2^+ の生成反応が律速段階になる。しかし、 H_2^+ も光子と反応して数が減少するので、この効果も考慮しなければならない。以上より、水素分子数密度の時間発展を表す微分方程式は以下のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{dn[H_2]}{dt} &= n[H]n[e^-]k_2 \frac{n[H^-]n[H]k_3}{n[H^-]n[H]k_3 + n[H^-]k_4} \\ &\quad + n[H]n[H^+]k_2 \frac{n[H_2^+]n[H]k_6}{n[H_2^+]n[H]k_6 + n[H_2^+]k_7} \\ &= n[H]n[H^+] \left(\frac{k_2k_3n[H]}{n[H]k_3 + k_4} + \frac{k_6k_7n[H]}{n[H]k_6 + k_7} \right) \end{aligned} \quad (2.102)$$

ここで、最後の等式では電子と水素イオンの数密度が等しくなることを用いた。よって、水素分子の割合の時間発展は、

$$\dot{f} = -\frac{\dot{n}[H_2]}{n^2} + \frac{\dot{n}[H_2]}{n} = k_m n(1 - x - 2f)x \quad (2.103)$$

と書ける。ここで、水素分子生成反応の実効的な反応係数を、

$$k_m = \frac{k_2k_3n[H]}{n[H]k_3 + k_4} + \frac{k_6k_7n[H]}{n[H]k_6 + k_7} \quad (2.104)$$

とした。また、水素全体としてみたときの数密度の時間変化はほぼないと見なせるので、 \dot{n} を無視した。

次に、電離度の時間発展を表す微分方程式は、再結合



による電離水素の減少のみを考えればよく、

$$\dot{x} = -k_1 n x^2 \quad (2.106)$$

と書ける。

以上で得られた微分方程式 (2.103), (2.106) は、水素分子による冷却が十分効いていない時期には、温度 T 、密度 n がほぼ一定となり、簡単に解くことができる。まず、(2.106) は x_0 を初期の電離度として解くと、

$$x = \frac{x_0}{1 + x_0 k_1 n t} \quad (2.107)$$

と求まる．これを用いて (2.103) を解く．水素分子による冷却が十分に効かないとき，ほとんどの水素は水素原子の状態で存在していると近似することができ， $1 - x - 2f \approx 1$ としてよい．これより，(2.103) は先の結果を代入して

$$\dot{f} \approx k_m n \frac{x_0}{1 + x_0 k_1 n t} \quad (2.108)$$

と書くことができ，初期の水素分子の割合を f_0 として解くと，

$$f = f_0 + \frac{k_m}{k_1} \log(1 + x_0 k_1 n t) \quad (2.109)$$

と求まる．これより，水素分子の割合は大雑把に言って2つの領域に分かれることとなる．1つは $x_0 n k_1 t \ll 1$ なる領域であり，このときは残存電離がほぼ一定で水素分子の生成率もほぼ一定になる．もう1つは $x_0 n k_1 t \gg 1$ なる領域であり，このときは電子が不足し，水素分子は時間に対して対数的にしか増加しない． $1/x_0 n k_1$ は再結合の時間スケールを表すため，再結合数を N_{rec} とおくと，

$$f - f_0 = \frac{k_m}{k_1} \log(1 + N_{\text{rec}}) \quad (2.110)$$

と書き直すことができる． $N_{\text{rec}} \approx 1$ となる時の水素分子の割合は，

$$\begin{aligned} f &\approx f_c := \frac{k_m}{k_1} \\ &\approx 3.5 \times 10^{-4} \left(\frac{T}{10^3 \text{ K}} \right)^{1.52} \left[1 + 7.4 \times 10^8 \left(\frac{n}{1 \text{ cm}^{-3}} \right) (1+z)^{2.13} \exp \left\{ \left(-\frac{3173}{1+z} \right) \right\} \right]^{-1} \end{aligned} \quad (2.111)$$

と書ける．[] 内の項は H^- の光解離に関係する項で，CMB の影響が小さい $z \lesssim 100$ では無視することができる．以上より，ハッブル時間内に実際に形成される水素分子の量を温度の関数として導出することができた．図 2.6 の右肩上がりの線がこれに対応する．

以上より，実際に水素分子冷却が効くのに必要な水素分子の割合は，図 2.6 に示された2曲線の交点で与えられる．すなわち，

$$f \approx 5 \times 10^{-4} \quad (2.112)$$

と求まる．

図 2.7 は崩壊に必要な最小質量を赤方偏移の関数として表す．この図より， $z = 30$ で形成されるガス雲の質量が $10^5 M_\odot$ 程度であると結論づけられる．

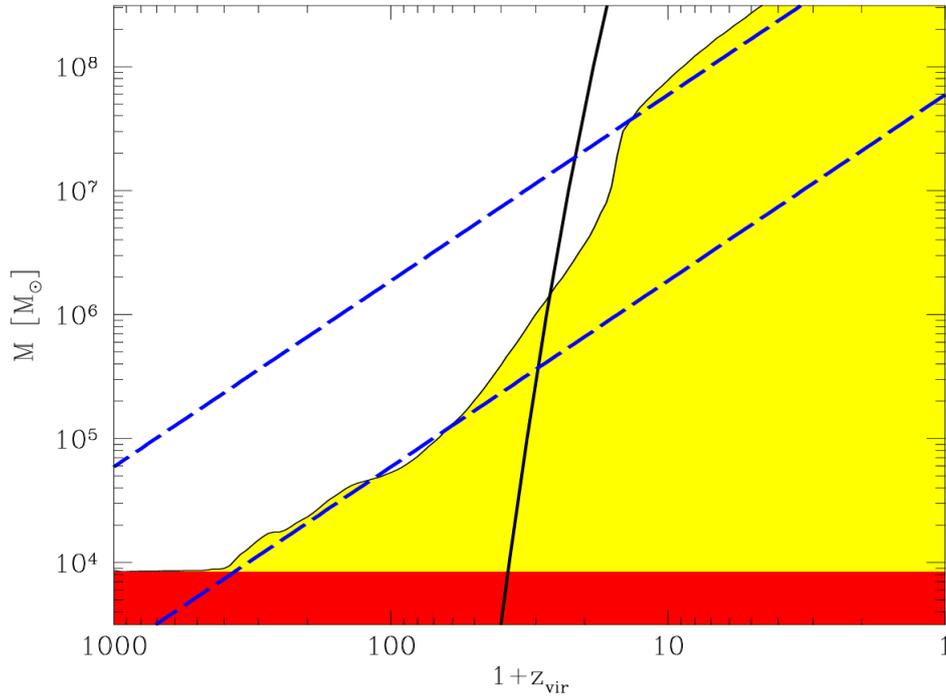


図 2.7: 崩壊に必要な最小質量. 黄色領域より上側に位置する天体のみ崩壊することができる. 青色破線は $T_{\text{vir}} = 10^4 \text{ K}$, $T_{\text{vir}} = 10^3 \text{ K}$ に対応する. 赤色領域は T_{vir} が CMB 温度よりも低いために放射冷却が起こり得ない (z_{vir}, M) を表す. 実線は ΛCDM モデルに関する 3σ ピークに対応しており, $z = 30$ で形成される天体の典型質量が $10^5 M_{\odot}$ 程度であることがわかる. Tegmark et al. (1997)より引用.

2.4 始原ガスにおけるガス雲分裂と原始星形成

以下の議論では, Greif (2015), 福井, 犬塚, 大西, 中井, 舞原, 水野「シリーズ現代の天文学 星間物質と星形成」を参考にした.

前節の議論により, 初代星の起源となるガス雲の典型質量が $10^5 M_{\odot}$ となることがわかった. 次の段階としてこのガス雲を崩壊させて初代星のもととなる原始星を作るプロセスを考えなければならない. 近傍宇宙の星形成においては, ガス雲中に多量のダスト微粒子が存在するため, それらを介して水素原子同士の結合反応が起こりやすく, 水素分子が主成分となる. また, ダスト粒子による放射冷却がよく効くため, ガス雲は 10 K と非常に低温である. これに対して, 始原ガスではダスト微粒子が存在しないため水素はほとん

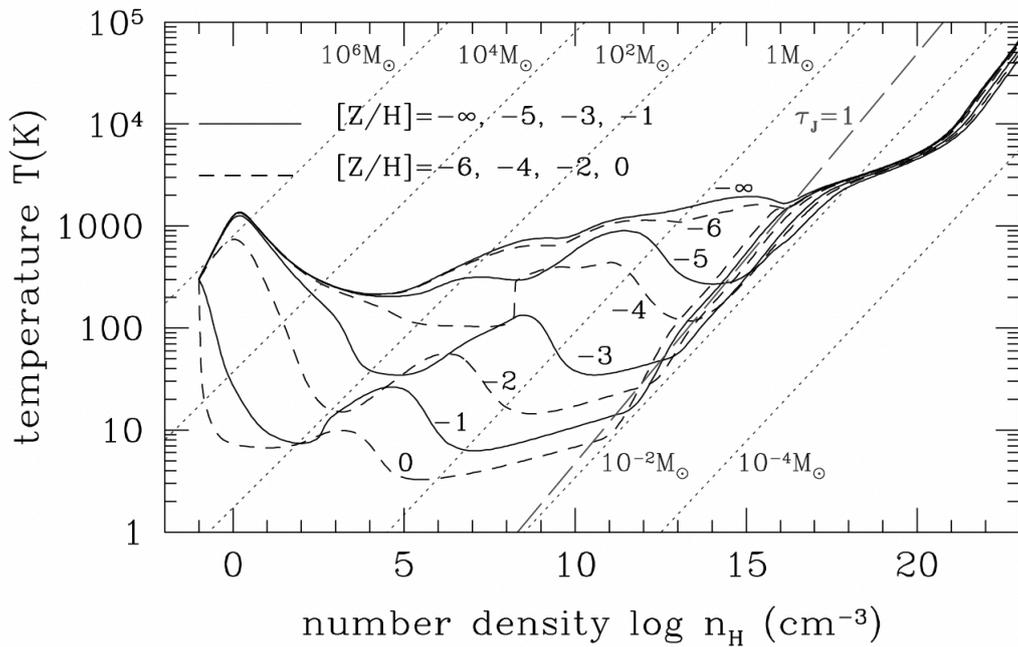


図 2.8: ガス雲の温度進化. 横軸は水素の数密度を表す. 異なる複数の線はガスの金属量を変えた場合の進化を表しており, 本文では金属量がゼロの場合に対応する $[Z/H] = -\infty$ の曲線のみ注目している. Omukai et al. (2005) より引用.

どが原子状態で存在する. 前節で述べた通り, 水素分子は H^- 過程等によって形成されるが, その割合は非常に小さい. 始原ガスにおける主な冷却剤が水素分子であることから, ガス雲では冷却がほとんど効かず, 近傍宇宙のガスに比べて高温のまま存在している.

始原ガス雲は, ジーンズ質量を上回ると崩壊する. 崩壊における密度と温度の発展を表したのが図 2.8 である. 始原ガス雲では最初ほとんど冷却が効かないため, 断熱的な収縮が起きる. その後, 温度が 10^3 K 程度に達すると, 水素分子の形成効率が上昇する. 密度が 10^4 cm^{-3} に達するまでは輝線放射による冷却が支配的となり, 単位質量あたりの冷却率が密度に比例するため, 密度上昇とともに温度が下がる. 密度が 10^4 cm^{-3} に達すると, 水素分子の励起状態が LTE に達し, 単位質量あたりの冷却率が一定になる. よって, これ以降は密度上昇に伴ってガス温度は緩やかに上昇することになる. この臨界密度で温度が下降から上昇に転ずるには十分長い時間を要するため, 揺らぎが成長し分裂が起こる. このときの温度は 200 K 程度であり, 対応するジーンズ質量は $10^3 M_\odot$ 程度である. すなわち, 始原ガスからできる高密度コアは $10^3 M_\odot$ 程度という大質量星になる.

臨界密度以降の時間発展に関しては図 2.9 のように調べられている. 近傍の星形成にお

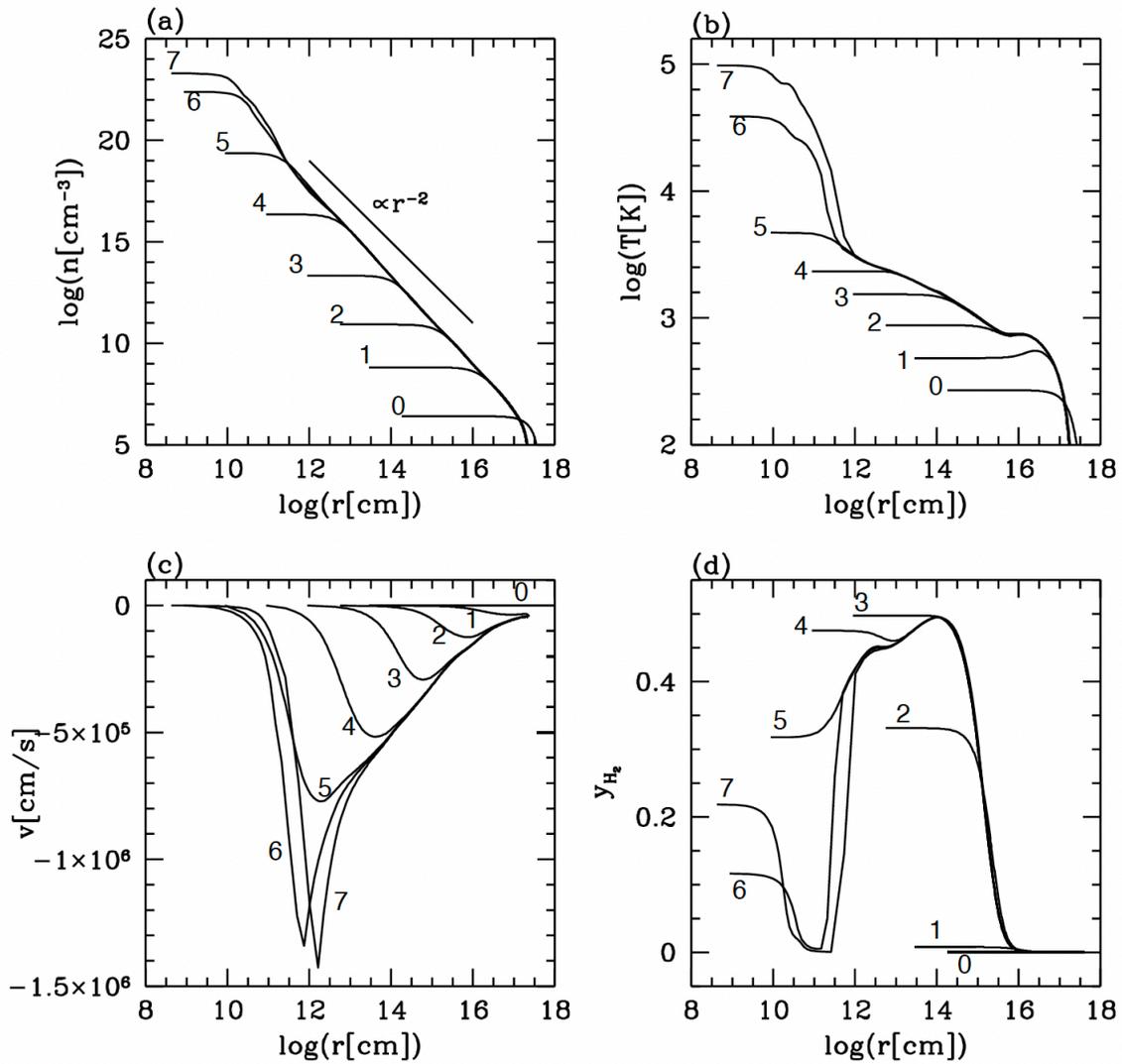


図 2.9: 臨界密度以上でのガス雲の進化. それぞれのプロファイルは横軸が中心からの距離であり, 縦軸は (a) 数密度, (b) 温度, (c) 速度, (d) 水素分子の割合を表す. 図中の数字は若いものから順に時間経過を表している. Omukai and Nishi (1998) より引用.

けるラーソン-ペンストン解(Larson 1969; Penston 1969)と同様に, 密度や温度分布は自己相似的になっている. 密度が 10^8 cm^{-3} になると, 水素原子の三体反応が起こるようになり, 水素分子が形成される.



これにより, 水素分子の輝線放射による冷却が再び効くようになる. しかし, 水素分子が形成される際にその束縛エネルギー 4.48 eV 分のエネルギー放出が起こり, ガスが加

熱される。この加熱と冷却の競合の結果、温度は少しだけ低下するにとどまる。密度が 10^{11} cm^{-3} になると、水素原子は完全に水素分子になり、水素分子からなる中心コアの質量は太陽質量程度である。密度が 10^{14} cm^{-3} 以上になると、水素分子の衝突有機放射による連続波放射が効くようになる。その後、密度が 10^{16} cm^{-3} になると光学的に厚くなり、放射冷却は効かなくなる。このとき、温度は 2000 K 程度であり、放射冷却の非効率化と同時に水素分子の解離が始まる。これにより、断熱状態にはならず、緩やかな温度上昇が続く。密度が 10^{20} cm^{-3} を超えると、水素分子の大部分が解離し、温度上昇は断熱的になる。ある程度のガスが収縮すると中心に静水圧平衡のコア（原始星）が形成される。このとき、中心部の密度は 10^{22} cm^{-3} 、中心温度は $3 \times 10^4 \text{ K}$ 程度に達しており、原始星の質量は $5 \times 10^{-3} M_{\odot}$ 程度である。このようにできた原始星は極めて小質量であるが、形成後に周囲のガスが降着することで大質量星になる。原始星の表面では衝撃波が発生しており、図 2.9 の速度プロファイルから、その半径が 10^{-2} au 程度であることがわかる。

2.5 主系列星への進化

ガス雲が崩壊して中心にできた原始星は、前節で述べた通り当初質量が非常に小さい。このコアがそのまま星になるわけではなく、周囲に存在するガスが原始星に降着する段階を経て主系列星になる。本節では原始星から主系列星になるまでの過程について解説する。

まず、降着率に関しては典型的な質量がジーンズ質量で、典型的な時間が自由落下時間であるから、

$$\dot{M} \simeq \frac{M_{\text{J}}}{t_{\text{ff}}} \simeq \frac{c_{\text{s}}^3}{G} \quad (2.114)$$

と書くことができる。 $c_{\text{s}} \propto T^{1/2}$ であることから、降着率は温度の $3/2$ 乗に比例して大きくなる。始原ガスの典型的な温度は 200 K と、近傍宇宙のガス雲 (10 K) より 2 桁近く大きく、降着率は 3 桁近く大きくなる。降着率の変化に関しては、図 2.10 に計算の一例が示されている。

初代星の半径の時間発展を示したものが図 2.11 である。この図に基づいて原始星段階から主系列段階への進化の様子を見る。まず、質量が $10 M_{\odot}$ よりも十分小さい初期段階では、原始星内部の温度が低く不透明度が大きいので、降着によって持ち込まれたエントロピーが逃げずに蓄積する。その結果、断熱的な進化が実現し、質量が増加する。これに伴い、温度が上昇して不透明度が小さくなる。質量が $10 M_{\odot}$ に達すると、蓄積したエントロピーの輸送が起これ、原始星が一旦膨張する。その後、今度は輸送されたエントロピー

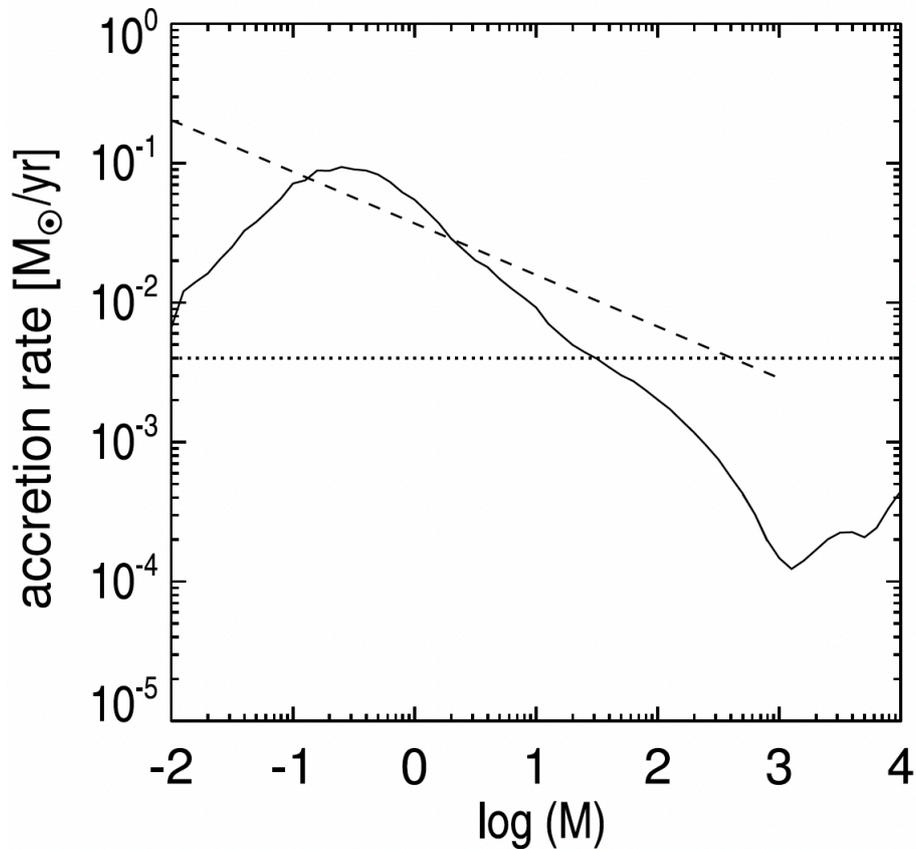


図 2.10: 原始星に対する降着率. Yoshida et al. (2006)より引用.

が原始星から逃れることとなり、収縮に転ずる。これに伴って中心温度は上昇し、温度が 10^7 K になると水素燃焼がスタートして収縮が止まることで主系列段階に到達する。この段階での星の典型質量は $100M_{\odot}$ であるが、星の周囲には 10^3M_{\odot} 程度のガスが存在し、主系列段階突入後もガス降着は引き続き起こる。しかし、ガスがどの程度降着して初代星が最終的にどれくらいの質量になるかは未解明である。初代星は質量が大きく有効温度が高いため、強い紫外線を放出することでガス降着による成長を自己抑制する。この効果を考慮すると、最終的な初代星質量は数十から数百太陽質量程度までしか増加しない可能性が示唆されている (McKee and Tan 2008; Hosokawa et al. 2011 等)。例えば、図 2.12 は、輻射フィードバックを考慮した原始星進化計算における降着率の時間発展を示す。これによると、最終的な初代星質量は $40M_{\odot}$ 程度にしかならないことがわかる。このような輻射フィードバックの影響も考慮した宇宙論的シミュレーションにより、初代星の初期質量関数を推定する研究も行われている (Hirano et al. 2014, 2015 等)。図 2.13 には

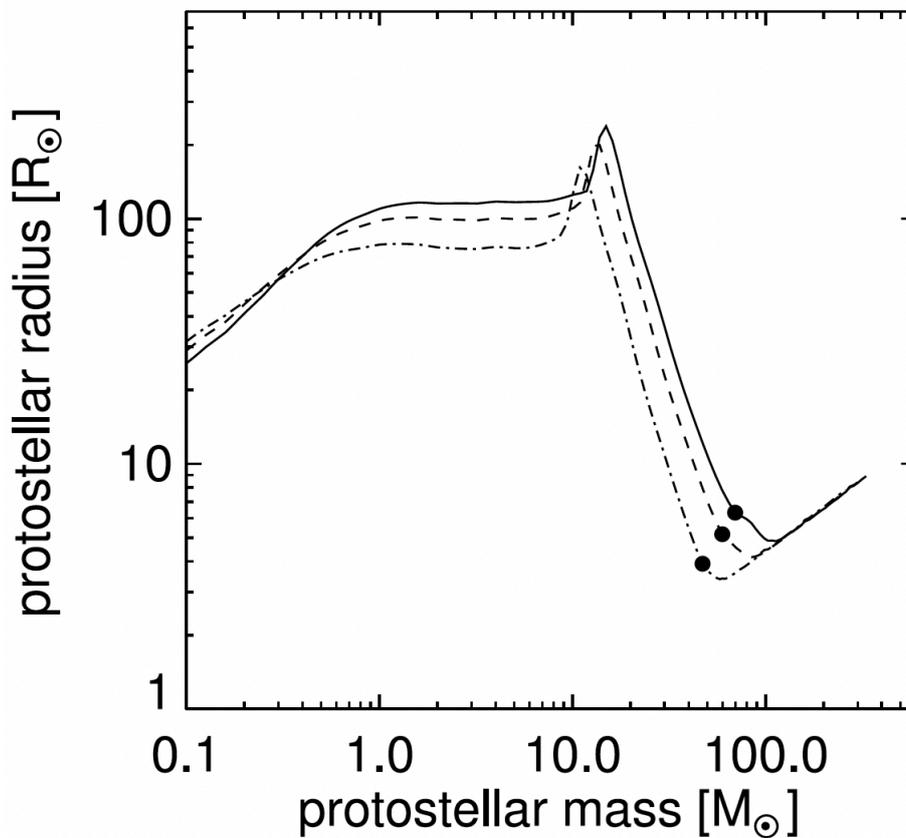


図 2.11: 原始星の進化を縦軸半径, 横軸質量にとって表したもの. [Yoshida et al. \(2006\)](#) より引用.

[Hirano et al. \(2014\)](#)による結果が示されており, 初期質量関数は top-heavy 型になっている.

以上の過程を経て, 初代星が形成された. 初代星は近傍で作られる恒星に比べて大質量であるため寿命が短く, 進化の最終段階で BH となる. この段階では未だ $10 - 100M_{\odot}$ 程度であるが, 以後のガス降着や合体によって質量が増加し, 最終的に SMBH へと成長する可能性があると考えられている.

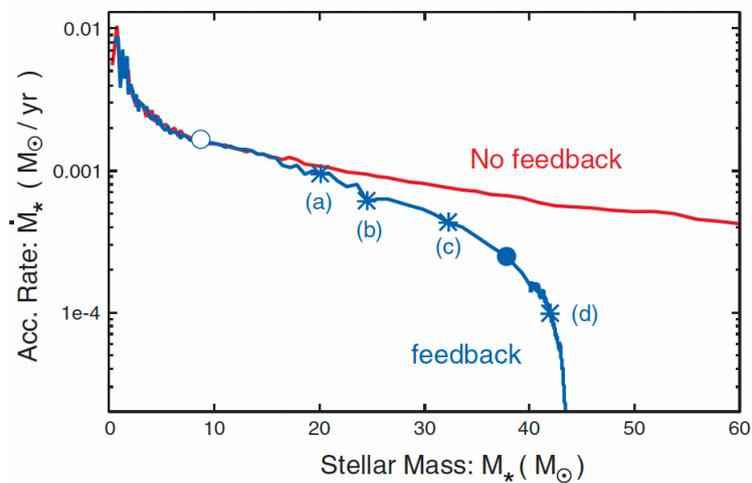


図 2.12: 始原ガスからできる原始星の降着率進化. 赤線は輻射フィードバックのない場合, 青線は輻射フィードバックを考慮した場合に対応する. また, 白丸は KH 収縮の開始, 黒丸は ZAMS への到達を表す. Hosokawa et al. (2011)より引用.

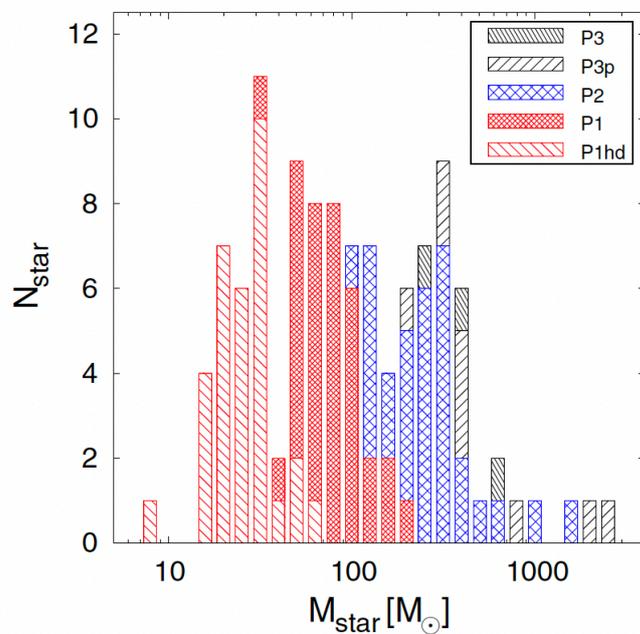


図 2.13: 宇宙論的シミュレーションから見積もった初代星の初期質量関数. ラベルは初代星の様々なフェーズを表す. Hirano et al. (2014)より引用.

第3章

ガス降着理論

この章では、種 BH の成長プロセスとして有力視されているガス降着理論について解説する。BH の半径、すなわちシュバルツシルト半径は非常に小さく、BH へのガス降着は最初、点源重力への流れであると見なすことができる。点源重力へのガス降着率は、主にガスが受ける重力と圧力勾配力によって決まる。また、点源から輻射がある場合には、ガス圧だけでなく輻射圧も降着率を決めるうえで無視できなくなる。まず、3.1 節では、球対称な系を考え、中心重力源が光子を放出する場合に輻射圧と重力から決まる光度が点源からの位置によらず質量のみで書けることを示し、このときの光度に付随するエディントン降着率について導入する。エディントン降着率は、輻射を考慮したとき球対称な系の限界降着率を与えるため、球対称ガス降着による種 BH の成長の限界速度を与える。次に、3.2 節では、輻射を考慮せずに球対称ガス降着を考えたときに、定常状態における降着率がガスの温度と密度、重力源の質量だけで決まり、降着ガスの解が遷音速解になることを示す。ここまでの議論は主にガス降着が球対称である最も簡単な場合について扱っているが、実際に宇宙に存在する星や BH は運動していることが多いと考えられる。そこで、3.3 節では、超音速的な速度で等速直線運動する重力源へのガス降着を重力源の静止系で考え、粒子の運動を解くことで降着率を導出する。粒子の運動は重力源との二体問題であるためケプラー軌道を描き、解析的に追跡することができるが、本当に考えたいのは流体であるため、粒子運動の解析による見積もりはある種の近似となっている。更に、3.3 節の議論では超音速的に動く重力源しか対象にしておらず、速度が亜音速や音速程度である場合の降着率は予言されていない。そこで、数値シミュレーションによって等速直線運動する重力源へのガス降着率を見積もることが必要であり、3.4 節ではこのような研究についていくつか紹介する。最後に 3.5 節ではここまでの考え方をういたうえで、実際に輻射圧や電離といったフィードバックのある種 BH へのガス降着に関する先行研究を紹介する。

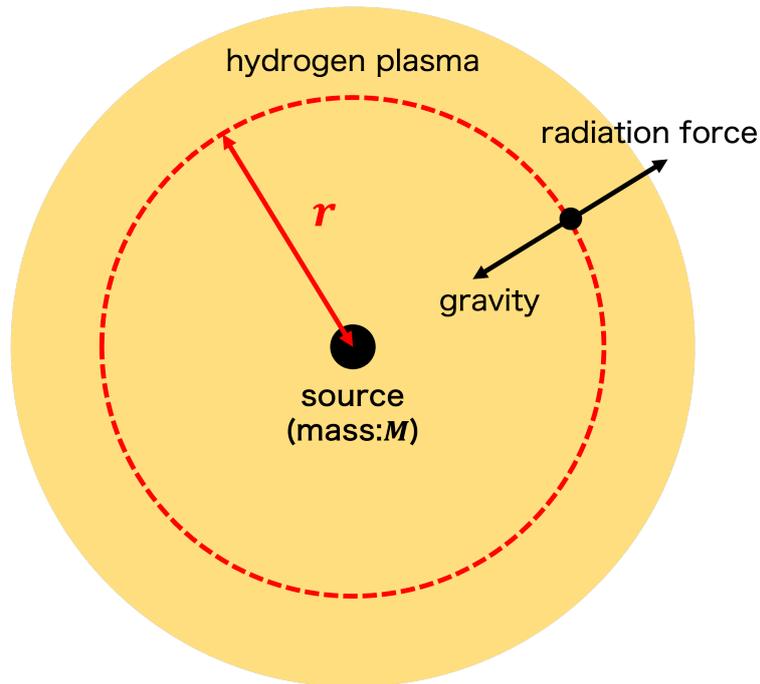


図 3.1: エディントン光度を理解するための概念図. 半径 r に存在する水素プラズマガスには, 光源から放出される光子による輻射力と, 重力が働く. これらが釣り合うときの光源の光度をエディントン光度と呼ぶ.

特に, 種ブラックホールが十分重く, 周囲の環境が高密度であるときには, 球対称ガス降着であってもエディントン降着率を超える超臨界的な降着が実現し得ることを説明する.

3.1 エディントン光度と降着率

以下の議論では, [Kato et al. \(2008\)](#), 福江, 和田, 梅村「宇宙流体力学の基礎」を参考にした.

天体へのガス降着を考える際, 中心天体が光っていると, ガスは出てくる光子が及ぼす輻射力によって抵抗を受ける. 図 3.1 質量 M の中心天体が光度 L で光っているとす. ガスとして水素プラズマを考え, プラズマ中の陽子質量を m_p , 電子質量を m_e とする. このとき, プラズマの有効断面積は電子散乱の断面積 σ_T で与えられる. ここで, 中心天体から距離 r にある粒子 (陽子と電子) について考える. 半径 r の球面を単位時間単位面積あたりに通過する輻射のエネルギーは,

$$f = \frac{L}{4\pi r^2} \quad (3.1)$$

と与えられる。よって、粒子にかかる輻射力は、

$$f_{\text{rad}} = \sigma_{\text{T}} \frac{f}{c} = \frac{\sigma_{\text{T}}}{c} \frac{L}{4\pi r^2} \quad (3.2)$$

と書ける。この粒子にかかる重力は、

$$f_{\text{grav}} = \frac{G(m_{\text{p}} + m_{\text{e}})M}{r^2} \quad (3.3)$$

である。これらが釣り合うとき、中心天体の光度は

$$L = \frac{4\pi c G M (m_{\text{p}} + m_{\text{e}})}{\sigma_{\text{T}}} = \frac{4\pi c G M}{\kappa_{\text{es}}} := L_{\text{Edd}} \quad (3.4)$$

と書ける。これをエディントン光度と呼ぶ。ここで、

$$\kappa_{\text{es}} := \sigma_{\text{T}} / (m_{\text{p}} + m_{\text{e}}) \sim 0.4 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1} \quad (3.5)$$

は電子散乱の不透明度である。球対称な系を考える場合は、重力、輻射力ともに距離の2乗に反比例するため、エディントン光度は距離に依存しない。

感覚を掴むために値を具体的に代入する。質量 $10M_{\odot}$ 程度の大質量星なら、

$$L_{\text{Edd}} = 1.25 \times 10^{39} \text{ erg s}^{-1} \left(\frac{M}{10M_{\odot}} \right) \quad (3.6)$$

であり、質量 $10^8 M_{\odot}$ の超巨大ブラックホールなら、

$$L_{\text{Edd}} = 1.25 \times 10^{46} \text{ erg s}^{-1} \left(\frac{M}{10^8 M_{\odot}} \right) \quad (3.7)$$

程度となる。

ここで、ガスの質量降着率を \dot{M} としたとき、降ってきたガスの質量エネルギーの変換効率を ϵ とすると、 $L = \epsilon \dot{M} c^2$ が成り立つ。光度がエディントン光度のとき、降着率は

$$\dot{M}_{\text{Edd}} := \frac{L_{\text{Edd}}}{\epsilon c^2} = \frac{4\pi G M}{\epsilon c \kappa_{\text{es}}} \quad (3.8)$$

となる。この降着率をエディントン降着率と呼ぶ。

球対称ガス降着を考えると、降ってきたガスの持ち込むエネルギーの多くは輻射のエネルギーに変換され、ガスは輻射力による抵抗を受けることとなる。これにより、降着率は自己抑制されることとなり、球対称ガス降着を考える限りエディントン降着率を超える降着は実現しない。

3.2 球対称ガス降着

重力源へのガス降着については、まず輻射なしの状況で点源の重力とガス圧のみを考えたときにどのくらいの降着率が実現するのかを考えるのが第一歩となる。この節では、最も簡単な球対称定常な降着について解説する (Bondi 1952)。実際のガスは角運動量をもっているため永遠に球対称のまま降ってくることはないが、この節で導入する降着率はある種の指標にはなる。以下の内容は、BH に関する著名な教科書である Shapiro and Teukolsky (1983) を参考にした。

質量 M の点源重力が存在するときの球対称流について考える。ここでは定常状態のみを考え、更に断熱であることを仮定する。また、扱う流体の粘性は無視し、磁場や輻射場等による影響もないものとする。境界条件として、無限遠で静止しているガスを考える。このような条件のもと、流体力学の基礎方程式は、時間微分の項が落ちた連続の式と外力が重力であるオイラー方程式である。

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \rho v) = 0, \quad (3.9)$$

$$v \frac{dv}{dr} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} - \frac{GM}{r^2}. \quad (3.10)$$

ここで、 ρ は流体の密度、 p は圧力、 v は流れの速度を表す。また、 r は動径座標である。 v の符号は、内向きを正とする。(3.9) は簡単に積分することができ、

$$4\pi r^2 \rho v = \dot{M} = \text{const}. \quad (3.11)$$

である。ここで、 \dot{M} は積分定数であり、降着率を表す。(3.10) は、断熱における音速の定義

$$c_s^2 = \left(\frac{dp}{d\rho} \right)_s \quad (3.12)$$

を用いて積分すると、

$$\frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{\Gamma - 1} c_s^2 - \frac{GM}{r} = \frac{1}{\Gamma - 1} c_{s\infty}^2 \quad (3.13)$$

となる。ここで、最後の等号では無限遠で流体が静止していることを用いた。 $c_{s\infty}$ は無限遠での音速を表す。また、圧力と密度に関してポリトロピック関係式

$$p = K \rho^\Gamma \quad (3.14)$$

が成り立つと仮定した。

今、興味のある解は、無限遠で静止しているガスが中心重力源に降着するという状況を表す解であり、重力源の近傍ではほぼ自由落下速度 $v = \left(\frac{2GM}{r}\right)^{1/2}$ となることが想定される。これらが境界条件となることを考慮しておく。

(3.11) を対数微分すると、

$$\frac{\rho'}{\rho} + \frac{v'}{v} + \frac{2}{r} = 0 \quad (3.15)$$

が得られる。ここで、プライム (') は r に関する微分を表す。また、(3.10) に関して変形すると、

$$vv' + c_s^2 \frac{\rho'}{\rho} + \frac{GM}{r^2} = 0 \quad (3.16)$$

が得られる。これらの式を ρ' と v' に関して解くと、

$$v' = \frac{D_1}{D}, \quad \rho' = -\frac{D_2}{D} \quad (3.17)$$

となる。ここで、

$$D = \frac{v^2 - c_s^2}{v\rho}, \quad (3.18)$$

$$D_1 = \frac{\frac{2c_s^2}{r} - \frac{GM}{r^2}}{\rho}, \quad (3.19)$$

$$D_2 = \frac{\frac{2v^2}{r} - \frac{GM}{r^2}}{v} \quad (3.20)$$

である。境界条件より、 v は r が減少するにつれて滑らかに増加する関数でなければならない。これと、微分係数の特異性を避けるための必要条件は、

$$D = D_1 = D_2 = 0 \quad (@r = r_c) \quad (3.21)$$

となることである。 $r = r_c$ の前後で流れの速度が亜音速から超音速に切り替わるので、この点を遷音速点と呼ぶ。遷音速点の位置とこの場所における速度との関係は、

$$v_c^2 = c_{sc}^2 = \frac{1}{2} \frac{GM}{r_c} \quad (3.22)$$

である。(3.13) より、

$$v_c^2 = \frac{2}{5 - 3\Gamma} c_{s\infty}^2 \quad (3.23)$$

となる。これらの式から、遷音速点の位置は初期条件だけで決まり、

$$r_c = \frac{GM}{2v_c^2} = \frac{5-3\Gamma}{4} \frac{GM}{c_{s\infty}^2} \quad (3.24)$$

となる。(3.11) から降着率を計算すると、

$$\dot{M} = 4\pi r_c^2 \rho_c v_c = 4\pi \lambda \left(\frac{GM}{c_{s\infty}} \right)^2 \rho_\infty c_{s\infty} \quad (3.25)$$

となる。ここで、音速の定義から、 $c_s^2 = K\Gamma\rho^{\Gamma-1}$ 、 $c_{s\infty}^2 = K\Gamma\rho_\infty^{\Gamma-1}$ となるので、 $\left(\frac{\rho}{\rho_\infty}\right)^{\Gamma-1} = \left(\frac{c_s}{c_{s\infty}}\right)^2$ となることを用いた。また、

$$\lambda = \left(\frac{1}{2}\right) \frac{\Gamma+1}{2(\Gamma-1)} \left(\frac{5-3\Gamma}{4}\right) \frac{5-3\Gamma}{2(\Gamma-1)} \quad (3.26)$$

である。水素原子のみからなる理想気体を考えると、平均分子量が $\mu = 1/2$ であり、断熱指数を $\Gamma = 5/3$ とすると、

$$\dot{M} = 8.77 \times 10^{-16} M_\odot \text{yr}^{-1} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^2 \left(\frac{\rho}{10^{-24} \text{g cm}^{-3}}\right) \left(\frac{c_s}{10 \text{ km s}^{-1}}\right)^3 \quad (3.27)$$

となる。

ここで、遷音速解のプロファイルは簡単に見積もることができる。 $r \gg r_c$ では、重力源から及ぼされる重力が弱く、ガスの密度、温度はともに漸近的な値のままである。

$$\rho \approx \rho_\infty, \quad T \approx T_\infty, \quad c_s \approx c_{s\infty}. \quad (3.28)$$

これと (3.11), (3.25) より、 $r \gg r_c$ における速度プロファイルは、

$$\frac{v}{c_{s\infty}} \approx \lambda \left(\frac{GM}{c_{s\infty}^2}\right)^2 r^{-2} \quad (3.29)$$

となることがわかる。逆に、 $r \ll r_c$ では、重力源の重力がガス圧勾配に対して支配的になるため、ほぼ自由落下となる。よって、速度プロファイルは、

$$v \approx \left(\frac{2GM}{r}\right)^{1/2} \quad (3.30)$$

となる。これと (3.11), (3.25) より、

$$\frac{\rho}{\rho_\infty} \approx \frac{\lambda}{2^{1/2}} \left(\frac{GM}{c_{s\infty}^2}\right)^{3/2} r^{-3/2} \quad (3.31)$$

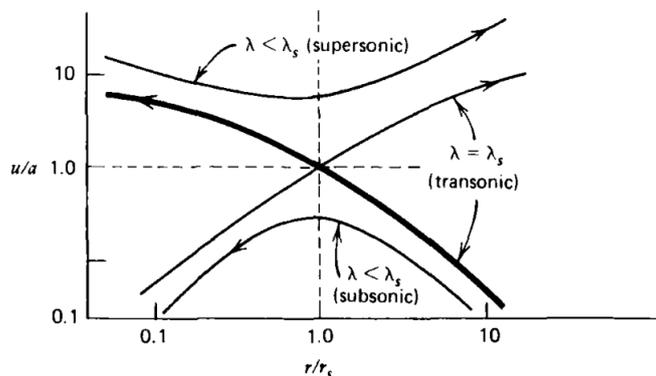


図 3.2: (3.9), (3.10) の解として可能なものの図示. 図中の矢印は流れの方向を表している. Shapiro and Teukolsky(1983) より引用.

となることがわかる.

ここまでの議論では, 無限遠から遷音速点を通り中心へと向かう解のみに着目したが, 境界条件の与え方によっては他の解もあり得る. それを示したものが図 3.2 である. 解は 4 つに分かれており, 上の解以外では超音速解, 亜音速解と, 中心付近から出発して無限遠へと流れる遷音速解である. 特に, 最後の解は恒星風の流れを与える解であり, パーカー解と呼ばれる.

この結果, 特に遷音速点の位置と降着率はより簡単な議論から推察することができる. 図 3.3 において, 中心重力源の重力とガスの圧力勾配力が釣り合う位置は,

$$\frac{GM}{r^2} = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} \quad (3.32)$$

に対して, 微分を割り算にし, 音速の定義を用いることで,

$$r_B = \frac{GM}{c_{s\infty}^2} \quad (3.33)$$

と書けることがわかる. これは, 遷音速点の位置の 2 倍になっており, ボンディ半径と呼ばれる. つまり, 中心重力源に引かれたガスは, ボンディ半径を音速くらいの速度で通過し, 以降はガス圧力の影響をほぼ受けずに, 中心重力源の重力に引かれて落ちていく. このときの定常降着率は,

$$\dot{M}_B = 4\pi r_B^2 c_{s\infty} \rho_\infty = \frac{4\pi(GM)\rho_\infty}{c_{s\infty}^3} \quad (3.34)$$

と書け, ボンディ降着率と呼ばれる.

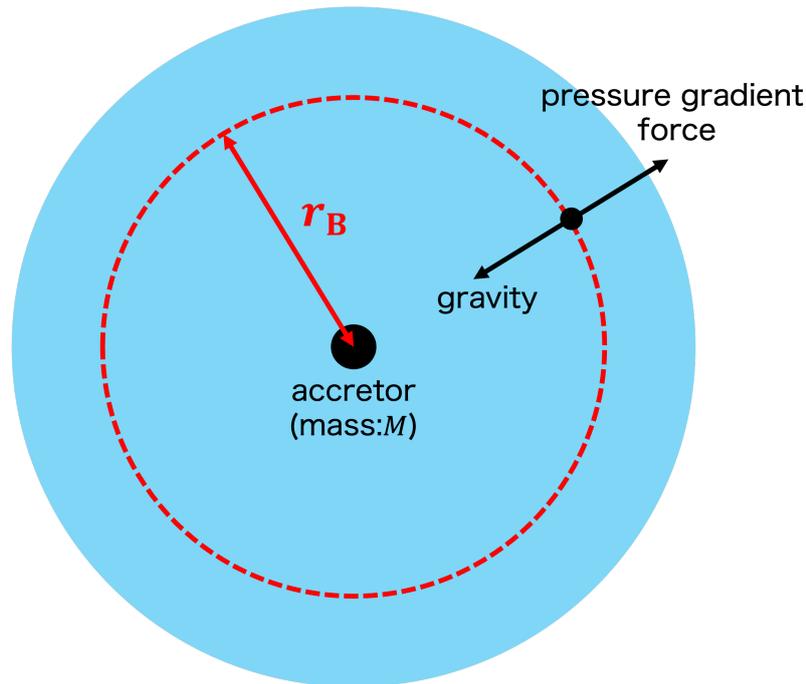


図 3.3: 球対称ガス降着を理解するための概念図. ガスは中心重力源からの重力を受ける一方で、それとは逆向きに圧力勾配力も受ける. これらが釣り合う位置は、ガスが音速程度で落下する位置を表しており、ボンディ半径と呼ばれる. ボンディ半径よりも内側では中心重力源の重力が強くなり、ガスが降着する.

3.3 軸対称ガス降着

次に、重力源が等速直線運動しているときのガス降着について考える. このときの降着は軸対称降着となり、解析的な見積もりが可能である (Hoyle and Lyttleton 1939). 以下では等速直線運動する重力源へのガス降着について、Edgar (2004) に基づき解説する.

重力源の静止系で見る. 図 3.4 のように、遠方から軸に関して衝突係数 ζ , v_∞ の速さでやってきた単位質量の粒子が軸上に来たときに、反対側からやってきた粒子と衝突し、以降は質量 M の重力源に引かれて中心に落ちていくと仮定する. 軸上に到達するまでの粒子の運動はケプラー問題と同様になるため、解析的に解くことができる. そこで、以下では粒子が軸上に来るときの重力源からの距離と速度をケプラー問題から求め、その後降着が起こるための条件を求める.

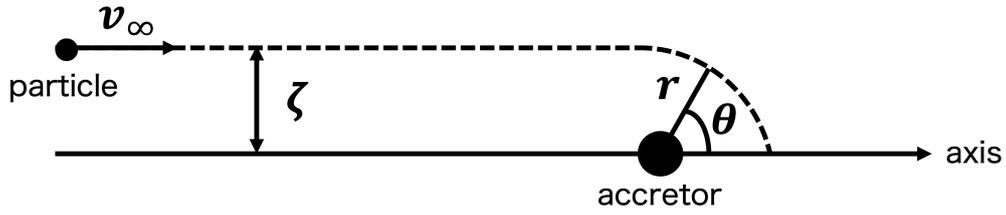


図 3.4: 等速直線運動する重力源へのガス降着問題を考える際の概念図. 重力源の静止系で考える. 重力源の位置を原点とし, ガス粒子の位置を 2 次元極座標 (r, θ) で表している. ガス粒子に対する初期条件は, 重力源に対して速度 v_∞ , 衝突係数 ζ であるとしている.

粒子の運動を記述する運動方程式は, 2 次元極座標 (r, θ) を用いたラグランジアン

$$L = \frac{1}{2}(\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2) - \frac{GM}{r} \quad (3.35)$$

から, オイラー・ラグランジュ方程式を考えて以下のように書ける.

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -\frac{GM}{r^2}, \quad (3.36)$$

$$r^2\dot{\theta} = \zeta v_\infty := h. \quad (3.37)$$

第 2 式は θ に関するオイラー・ラグランジュ方程式であり, 角運動量保存則を表している. h は比角運動量とする. r に関するオイラー・ラグランジュ方程式である第 1 式に関して, $u = \frac{1}{r}$ とおき, 第 2 式を用いて変数を t から θ に変換すると,

$$\frac{d^2u}{d\theta^2} + u = \frac{GM}{h^2} \quad (3.38)$$

となる. この方程式は 1 次元調和振動子と同じ形をしており, 一般解は以下のように書ける.

$$u = A \cos \theta + B \sin \theta + \frac{GM}{h^2}. \quad (3.39)$$

ここで, A, B は積分定数であり, 境界条件から値が決まる. まず, 図 3.4 より無限遠 $u \rightarrow 0$ における θ の値が $\theta = \pi$ であることから, $A = \frac{GM}{h^2}$ である. 次に, 無限遠での速度 $\dot{r} = -h \frac{du}{d\theta}$ が v_∞ であることから, $B = \frac{v_\infty}{h}$ と決まる. 以上より,

$$u = \frac{GM}{h^2}(1 + \cos \theta) + \frac{v_\infty}{h} \sin \theta \quad (3.40)$$

と求まる．これより，軸上 $\theta = 0$ での粒子の到達位置と速度の値は，

$$r(\theta = 0) = \frac{h^2}{2GM}, \quad (3.41)$$

$$\dot{r}(\theta = 0) = v_\infty \quad (3.42)$$

と求まる．このとき，粒子が降着するための条件は，軸上での速度が脱出速度を超えないことである．よって，

$$\frac{1}{2}v_\infty^2 - \frac{GM}{r} < 0 \quad (3.43)$$

となり，この条件を衝突係数に関する条件に書き換えると，

$$\zeta < \frac{2GM}{v_\infty^2} := \zeta_{\text{HL}} \quad (3.44)$$

と書ける．ここで，最後の等式で ζ_{HL} を定義した．すなわち，衝突係数が ζ_{HL} より小さいガスは重力源へと降着できるということであり， ζ_{HL} をホイール-リットルトン (Hoyle-Lyttleton, HL) 半径と呼ぶ．このとき，対応する質量降着率は，

$$\dot{M}_{\text{HL}} = \pi \zeta_{\text{HL}}^2 v_\infty \rho_\infty = \frac{4\pi(GM)\rho_\infty}{v_\infty^3} \quad (3.45)$$

と書ける．これを HL 降着率と呼ぶ．つまり，球対称ガス降着率を表すボンディ降着率の音速部分を重力源の速度に書き換えたものが，等速直線運動する重力源へのガス降着率を表す．

ここまでで計算した結果から，粒子の位置と速度を明示的に表すこともできる (Bisnovatyi-Kogan et al. 1979):

$$v_r = -\sqrt{v_\infty^2 + \frac{2GM}{r} - \frac{\zeta^2 v_\infty^2}{r^2}}, \quad (3.46)$$

$$v_\theta = \frac{\zeta v_\infty}{r}, \quad (3.47)$$

$$r = \frac{\zeta^2 v_\infty^2}{GM(1 + \cos \theta) + \zeta v_\infty^2 \sin \theta}. \quad (3.48)$$

特に，(3.48) については，ケプラー問題の解であるから以下のように書き換えることができる：

$$r = \frac{r_0}{1 + e \cos(\theta - \theta_0)}. \quad (3.49)$$

ここで、 e , θ_0 , r_0 はそれぞれ以下の通りである.

$$\theta_0 = \tan^{-1} \left(\frac{\zeta v_\infty^2}{GM} \right), \quad (3.50)$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{\zeta^2 v_\infty^4}{G^2 M^2}}, \quad (3.51)$$

$$r_0 = \frac{\zeta^2 v_\infty^2}{GM}. \quad (3.52)$$

ただし、これらの式は軸上から降着するガス粒子に対しては適用できないことには注意しなければならない.

以上の考察は、重力源の速度が音速よりも十分速い場合に関する解析である. 重力源の速度が音速と同程度となるときは、ボンディ降着率と HL 降着率の合わせ技で、

$$\dot{M}_{\text{BHL}} = \frac{4\pi(GM)^2 \rho_\infty}{(c_{s\infty}^2 + v_\infty^2)^{3/2}} \quad (3.53)$$

が近似的に降着率を表す(Shima et al. 1985). これを、ボンディ-ホイール-リットルトン (Bondi-Hoyle-Lyttleton, BHL) 降着率と呼ぶ. ただし、この結果は 2 つの関係式から単純に内挿された結果であるため、正しい降着率は数値シミュレーションによって見積らなければならない. 次節では、そのような数値シミュレーションの研究について例を挙げながら紹介する.

3.4 ボンディ-ホイール-リットルトン降着に関する数値シミュレーション

前節では等速直線運動する重力源への質量降着を解析的に扱い、降着率や流体粒子の軌道を求めることができた. しかし、これらの扱いには様々な近似が用いられており、結果が正しいかどうかを確認するには数値シミュレーションを行わなければならない. このようなシミュレーションは古くから行われており、ここでは Edgar (2004) のレビューに基づきいくつかを紹介する.

まず、BHL 降着のシミュレーションで考慮しなければならないパラメータは以下の 3 つである.

- マッハ数 M
- 重力源の大きさ
- ガスの断熱指数 γ

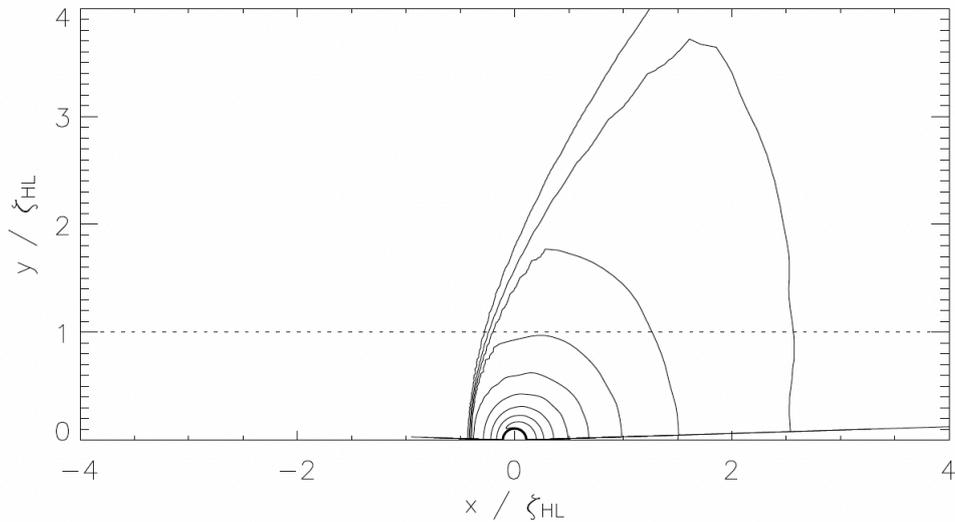


図 3.5: BHL 降着に関するシミュレーションの密度一定線. 各種パラメータは, $M = 1.4$, $R_{\text{acc}} = 0.1\zeta_{\text{HL}}$, $\gamma = 5/3$ としている. 密度一定線の間隔は常用対数になっている. 点線は HL 半径を表す. ガスは左から右に流れている. Edgar (2004) より引用.

図 3.5, 3.6 は, 上のパラメータを 1 つ決めたとときのシミュレーションの密度一定線と速度場を表す. この図から分かる通り, 上流側にバウショックが形成されており, 下流側の流れは解析解と異なり, 重力源に対して動径方向の速度をもって落下している.

一方, 降着率に関しては, 図 3.7 に異なる 3 つのシミュレーション結果が示されている. 図 3.5, 3.6 の結果は Run2 と対応している. いずれの結果も, 降着率は HL 降着率とほぼ等しくなっており, パラメータの変化がシミュレーションの降着率に与える影響は小さいことが示唆されている.

ここまでは, BHL 降着の数値シミュレーションに関する理解の概要を示したが, 以下では具体的な文献を挙げていく. これらの先駆的研究は, Hunt (1971), Hunt (1979) によって行われた. この論文では, 流れが音速に比べて少しだけ速い場合や, 亜音速の場合も調べられている. その結果, 降着率は (3.53) と合致することが示された. また, ガスの流れはバウショックの上流側では弾道近似を用いて導出した解析解と近く, 下流側では重力源に対して動径方向の速度をもった流れになることが示された. その後, Shima et al. (1985) によって高解像度の計算が行われ, その場合も降着率等の結果がここまでに調べられたものとはほぼ一致することが示された.

BHL 降着に関する数値シミュレーションに関しては, Ruffert 氏が計 5 本の論文

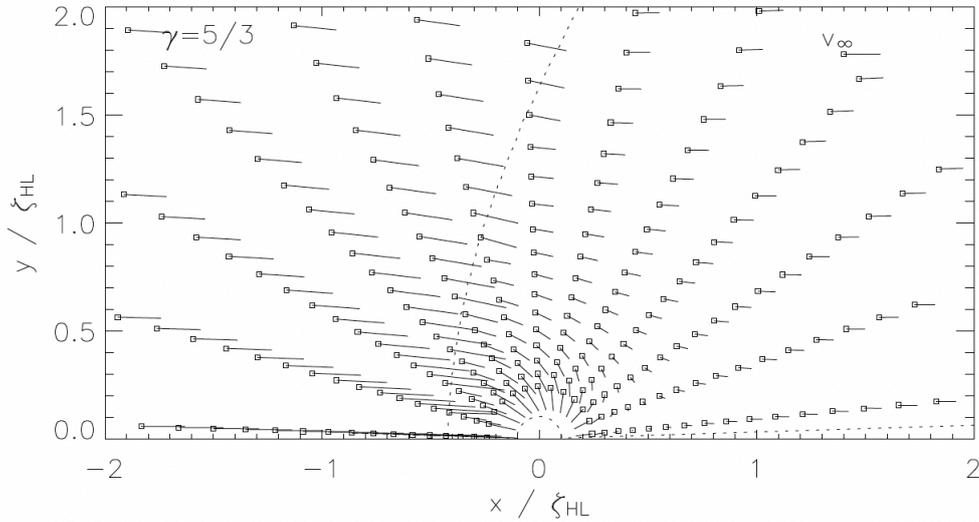


図 3.6: BHL 降着に関するシミュレーションの速度場で, 図 3.5 と状況は同じ. Edgar (2004)より引用.

に渡り様々なパラメータに関して調べている. 彼の一連の計算は nested grid を用いた高解像度計算となっている. Ruffert and Arnett (1994)では, $M = 3$, $\gamma = 5/3$, $0.01 < r/\zeta_{\text{HL}} < 10$ の場合が調べられている. この論文では, 降着体の大きさが HL 半径に比べて十分小さい場合, 降着率は HL 降着率に合致することが示されている. Ruffert (1994)では, 様々なマッハ数に関してシミュレーションが行われており, マッハ数が大きいほど降着率が小さくなることが示されている. これは, 解析解とも合致する. Ruffert (1995)では, $\gamma = 4/3$ の場合のシミュレーションが行われており, この場合も降着率が解析解と合致することが示されている. Ruffert (1996)では, $\gamma = 1.01$, すなわちほぼ等温の場合のシミュレーションが行われており, この場合も降着率が解析解とほぼ合致することが示されている. ただし, 図 3.8 に示す通り, 等温の場合は衝撃波が下流側に寄っており, この点が他の場合と大きく異なる. また, Ruffert の一連の論文では降着率の解像度依存性 (すなわち, 重力源の大きさによる依存性) にも触れられており, 重力源が HL 半径に比べて大きくなると, 降着率も大きくなることが示されている.

3.5 種ブラックホールの質量降着による成長

ここまで, 重力源へのガス降着に関する物理に関して議論してきた. これらの考え方を using, 実際に初代星起源の恒星質量 BH がガス降着によって成長する過程について現

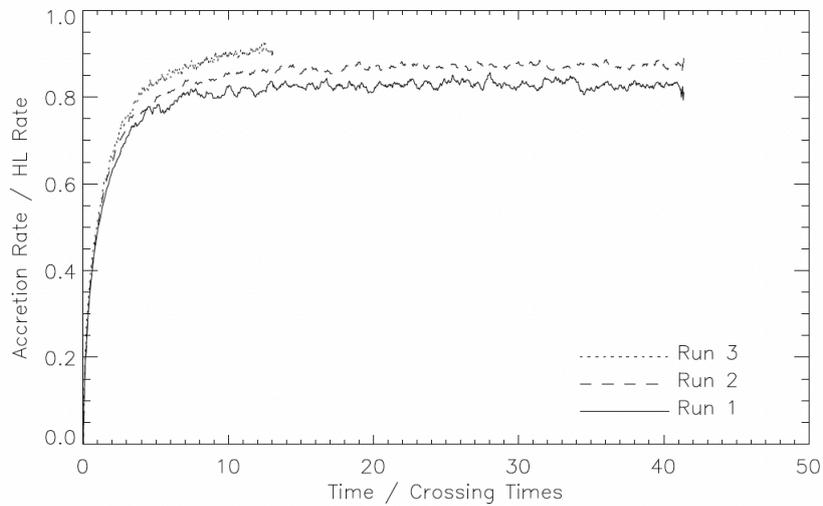


図 3.7: BHL 降着に関するシミュレーションで降着率の時間変化を表したもの。Edgar (2004) より引用。

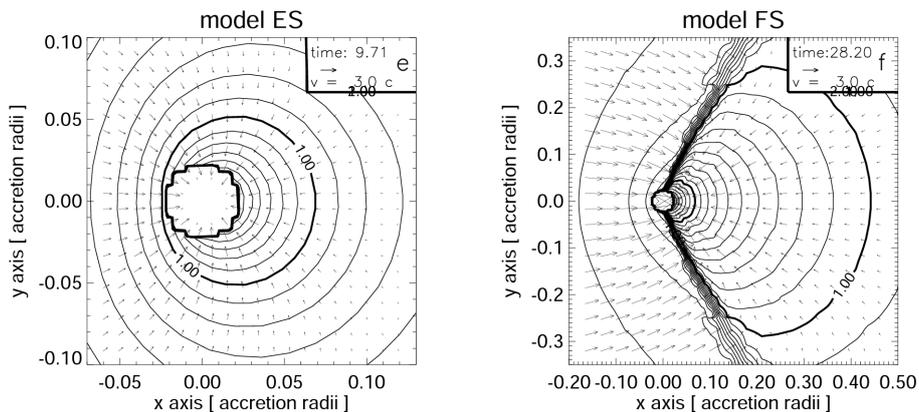


図 3.8: 等温環境における BHL 降着シミュレーションの等密度線。model ES, model FS はそれぞれ重力源が十分小さいという設定で亜音速, 超音速の場合を表す。図中の太線は降着体を示す。Ruffert (1996) より引用。

在まででわかっていることをまとめる。1.3 節でも述べたような $z \sim 6$ で見つかっている $10^7\text{--}10^{10} M_{\odot}$ 程度の SMBH の起源を説明することを対象とする。

3.1 節でも述べた通り, 降着するガスは種 BH 近傍に多量の重力エネルギーを持ち込み, その一部が輻射に変換される。これにより放出された光子は周囲のガスを電離したり, ガスに対して輻射力を及ぼしたりするため, ガス降着が阻害される。3.1 節より, 球対称な

降着ではガス降着率の限界値がエディントン降着率で与えられるのであった。今、ガスのもつ質量エネルギーのうち ϵ の割合だけが輻射に変換されると仮定する。このとき、エディントン降着率は

$$\dot{M}_{\text{Edd}} := \frac{L_{\text{Edd}}}{\epsilon c^2} \quad (3.54)$$

と定義される。エディントン光度 L_{Edd} は質量 M に比例するため、左辺を質量の時間微分と見ると、上の微分方程式は簡単に解くことができる。初期質量を M_{seed} とすると、ブラックホールの質量が M_{BH} まで成長するのにかかる時間 t_{grow} は、

$$t_{\text{grow}} \approx \frac{0.45\epsilon}{(1-\epsilon)f_{\text{duty}}} \ln\left(\frac{M_{\text{BH}}}{M_{\text{seed}}}\right) \approx 0.81 \text{ Gyr} \quad (3.55)$$

となる。ここで、 $M_{\text{seed}} = 10^2 M_{\odot}$ (初代星の典型質量)、 $M_{\text{BH}} = 10^9 M_{\odot}$ (SMBH の質量)、 $\epsilon = 0.1$ とした。また、 f_{duty} は種 BH がガス降着を継続できる時間の割合を表し、最後の等式では $f_{\text{duty}} = 1$ とした。この見積もりから、 $z \sim 6$ に存在する SMBH の形成はエディントン降着率に制限されたガス降着でも説明可能であるように思われる。しかし、例えば $f_{\text{duty}} = 0.7$ とすると、 $t_{\text{grow}} \approx 1.2 \text{ Gyr}$ となり、 $z \sim 6$ の SMBH を説明することはできない。 $f_{\text{duty}} = 1$ が、常に最大降着率でガスを集めるという状況を表していることを考えると、後者のような値の方が現実的であり、ここまでの議論だけで初代星起源の種 BH を宇宙初期に見られるような SMBH に成長させるのは難しいと思われる。しかし、エディントン降着率は水素プラズマガスの球対称ガス降着という特殊な状況を考えてときの限界降着率であり、状況によってはこれを超えた超臨界的なガス降着が実現することもある。ガス降着のみによって SMBH の起源を説明するには、どこかの段階でこのような超臨界降着が実現しなければならない。

以下では、超臨界降着の実現性について見る。前述の通り、種 BH へのガス降着率は、輻射力、電離による温度上昇の影響を受ける。3.2 節でも述べたとおり、輻射フィードバックを考慮しない場合の球対称ガス降着率は、ボンディ降着率で表される。等温環境では $c_s^2 \propto T$ であることを用いると、

$$\dot{M}_{\text{B}} = 1.7 \times 10^{-3} M_{\odot} \text{ yr}^{-1} \left(\frac{n_{\infty}}{10^5 \text{ cm}^{-3}}\right) \left(\frac{M_{\text{BH}}}{10^3 M_{\odot}}\right)^2 \left(\frac{T_{\text{HI}}}{10^4 \text{ K}}\right)^{-3/2} \quad (3.56)$$

となり、温度が上昇するにつれて降着率が低下することがわかる。(ここで、 n_{∞} 、 T_{HI} はそれぞれ無限遠におけるガスの数密度と温度、 M_{BH} は BH 質量を表す)。そのため、電離による温度上昇を考慮したときのガス降着率が実際にはどのような値になるかを調べる必要があり、例えば Milosavljević et al. (2009a), Milosavljević et al. (2009b), Park and

Ricotti (2011), Park and Ricotti (2012), Inayoshi et al. (2016)等が先駆的な研究である。

Milosavljević et al. (2009b), Inayoshi et al. (2016)によると、当該の状況におけるガス降着の描像は、輻射を特徴付ける長さスケールと重力を特徴付ける2つの長さスケールの比較によって理解することができる。重力を特徴付けるのは、3.2節で導入したボンディ半径であり、

$$R_B = \frac{GM_{\text{BH}}}{c_{\text{s,HI}}^2} \simeq 1.4 \times 10^4 \text{ au} \left(\frac{M_{\text{BH}}}{10^3 M_\odot} \right) \left(\frac{T_{\text{HI}}}{10^4 \text{ K}} \right)^{-1} \quad (3.57)$$

と書ける。ここで、 $c_{\text{s,HI}}$ は無限遠における音速とする。一方、電離光子による輻射フィードバックは、電離領域がどこまで広がるかによって特徴づけられる。電離領域の広がりが球対称である場合、この領域の半径をストロームグレン半径と呼び、中心天体が放出する電離光子の放射率 $Q_{\text{ion}} = \int_{\nu_T}^{\infty} \frac{L_\nu}{h\nu}$ と、再結合率が釣り合う位置で定義される ($\nu_T = 13.6 \text{ eV}$ は水素の電離エネルギー)。すなわち、 α_{rec} を再結合定数、陽子、電子の数密度をそれぞれ n_p , n_e としたとき、ストロームグレン半径は

$$Q_{\text{ion}} = \int dV \alpha_{\text{rec}} n_p n_e \quad (3.58)$$

が成立する半径である。スペクトルを冪乗則 $L_\nu \propto \nu^{-1.5}$ に仮定すると、

$$R_{\text{HII}} = \left(\frac{3Q_{\text{ion}}}{4\pi\alpha_{\text{rec}}n_{\text{HII}}^2} \right)^{1/3} \quad (3.59)$$

$$\simeq 6.8 \times 10^4 \text{ au} \left(\frac{L}{3.3 \times 10^7 L_\odot} \right)^{1/3} \left(\frac{n_{\text{HII}}}{10^5 \text{ cm}^{-3}} \right)^{-2/3} \left(\frac{T_{\text{HII}}}{7 \times 10^4 \text{ K}} \right)^{1/3} \quad (3.60)$$

と書ける。このとき、

$$\frac{R_B}{R_{\text{ion}}} \simeq \left(\frac{M_4 n_5}{T_4^{3/2}} \right)^{2/3} \simeq \left(\frac{\dot{M}_B}{500 \dot{M}_{\text{Edd}}} \right) \quad (3.61)$$

と書ける。電離領域は当初、密度 n_{HII} を一定に保ったまま R_{HII} まで広がっていき、その後は周囲のガスと圧力平衡に達するまで膨張する。圧力平衡が実現されると、

$$n_{\text{HII}} = \left(\frac{c_{\text{s,HI}}}{c_{\text{s,HII}}} \right)^2 n_\infty = \frac{T_{\text{HI}}}{2T_{\text{HII}}} n_\infty \sim 0.07 n_\infty \quad (3.62)$$

となるため、電離領域のボンディ半径、ボンディ降着率はそれぞれ、

$$R_{\text{B,HII}} \sim 0.07 R_B \quad (3.63)$$

$$\dot{M}_{\text{B,HII}} \sim 1 \times 10^{-3} \dot{M}_B \quad (3.64)$$

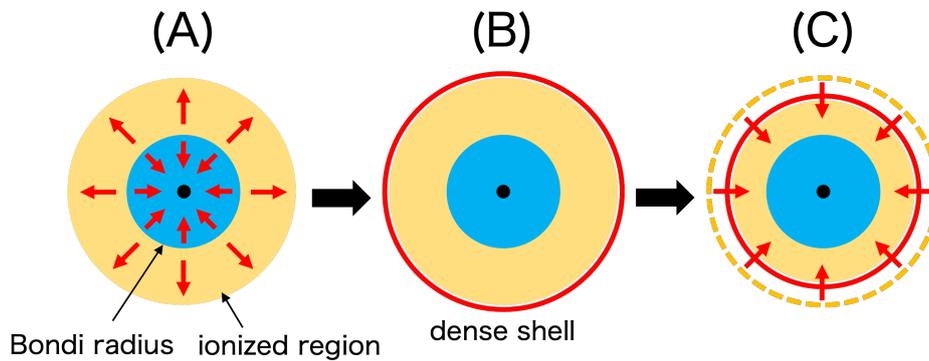


図 3.9: ボンディ半径がストロームグレン半径よりも小さいときのガスと電離領域の振る舞いに関する概念図. 黒い点が中心 BH を表している. 青色で塗り潰された領域はボンディ半径の内側に対応しており, 橙色で塗り潰された領域は電離領域に対応している. (A), (B), (C) の順に時間発展する. (A) ガス降着に伴って広がった電離領域内では密度が低下し, ボンディ半径内のガスは BH 重力によって内側に落下するのに対して, ボンディ半径外のガスは圧力勾配によって外側に移動する. (B)(A) の結果として電離面付近に高密度のシェルが形成され, 電離領域内部の平均密度は低下する. その結果降着率が低下するが, 光子の供給が十分にあるため高密度シェルの圧力平衡は保たれる. (C) 電離領域内の密度が更に低下すると, 高密度シェルの圧力平衡が維持できなくなり, シェルごと中心へ落下する. このときにバースト的なガス降着が起こるとともに, 放出される電離光子も一気に増加し, 新たな電離領域が形成される. そして, (A) に戻る.

と求めることができ, 確かに電離フィードバックによって降着が抑制されていることがわかる.

$R_B < R_{\text{HII}}$ のとき, ボンディ半径は電離領域の内側に存在する. このとき, ガスと電離領域は, 図 3.9 の (A) から (C) へと時間発展していく. まず, (A) について, ガス降着に伴って持ち込まれた重力エネルギーが輻射のエネルギーに変換されると, 周囲のガスは電離され, 電離領域が球対称的に広がっていく. 電離領域内のガス密度は電離領域外に比べて相対的に低くなる. このとき, ボンディ半径内のガスは BH の重力に引かれて内側へと落下していくのに対して, ボンディ半径外のガスは圧力勾配によって外側に移動する. その結果, 電離領域内部の平均的な密度は小さくなり, (B) のように, 電離面付近に高密度のシェルができる. 電離領域内は平均密度が低下しているため降着率が低下し, 供給されるエネルギーが減少するため放出される電離光子の個数も減少する. しかし, それでも高密度シェルの圧力平衡を維持するために十分な光子は放出されているため, 電離領域のサ

イズは一定に落ち着く。その後、更に電離領域内の密度が低下すると、高密度シェルの圧力平衡を支えるだけの圧力が生み出せなくなり、シェルは (C) のように BH の重力に引かれて中心へと落下する。このとき、降着率がバーストするとともに、大量のエネルギーが持ち込まれるため放出される電離光子の数もバーストし、新たな電離領域が形成される。図 3.10 に実際の 2 次元シミュレーションにおけるスナップショットを示す (Milosavljević et al. 2009a)。これらの繰り返しにより、図 3.11 のように、間欠的なガス降着が実現され、ガス降着率の平均値はエディントン降着率よりも低くなるのである。

一方で $R_B > R_{\text{HII}}$ のとき、電離領域の外側から降着してくる中性ガスが電離領域を内側に押し潰し、エディントン降着率を超えるガス降着が起こりうる (図 3.12 参照)。(3.61) を参考にすると、超臨界的な降着が起こりうるのは高密度環境下で重いブラックホールが存在しているときである (図 3.13 も参照)。

ここまでは、球対称ガス降着を考えたときでもガス密度、BH 質量がある条件を満たせば超臨界的な降着が実現可能であることを述べた。しかし、多次元の効果を考えてより簡単に超臨界的な降着が実現され、Sugimura et al. (2017)、Takeo et al. (2018) によって計算されている。一般に、ガスは角運動量をもつため直接種 BH に降り積もることはできない。十分遠方では球対称的な降着が実現していたとしても、遠心力半径よりも内側では角運動量の影響が効いてきて球対称性が破れ、ガスは赤道面上に集まって降着円盤を形成する。この降着円盤での粘性を介して中心の種 BH へと降着していく。このように、ガス降着は主に中心種 BH に対して赤道面方向で起こる。一方で、降着円盤から放出される電離光子は、光学的に薄い軸方向に多く放出されるため、輻射フィードバックが効くのは主に軸方向である。よって、多次元の効果を考えて、比較的簡単に輻射フィードバックの影響を回避することができる。

このように、種 BH へのガス降着に関しては超エディントンの降着が可能であり、初代星起源の種 BH を $z \sim 6$ の質量 $10^9 M_\odot$ の SMBH の起源として考えることができるのである。

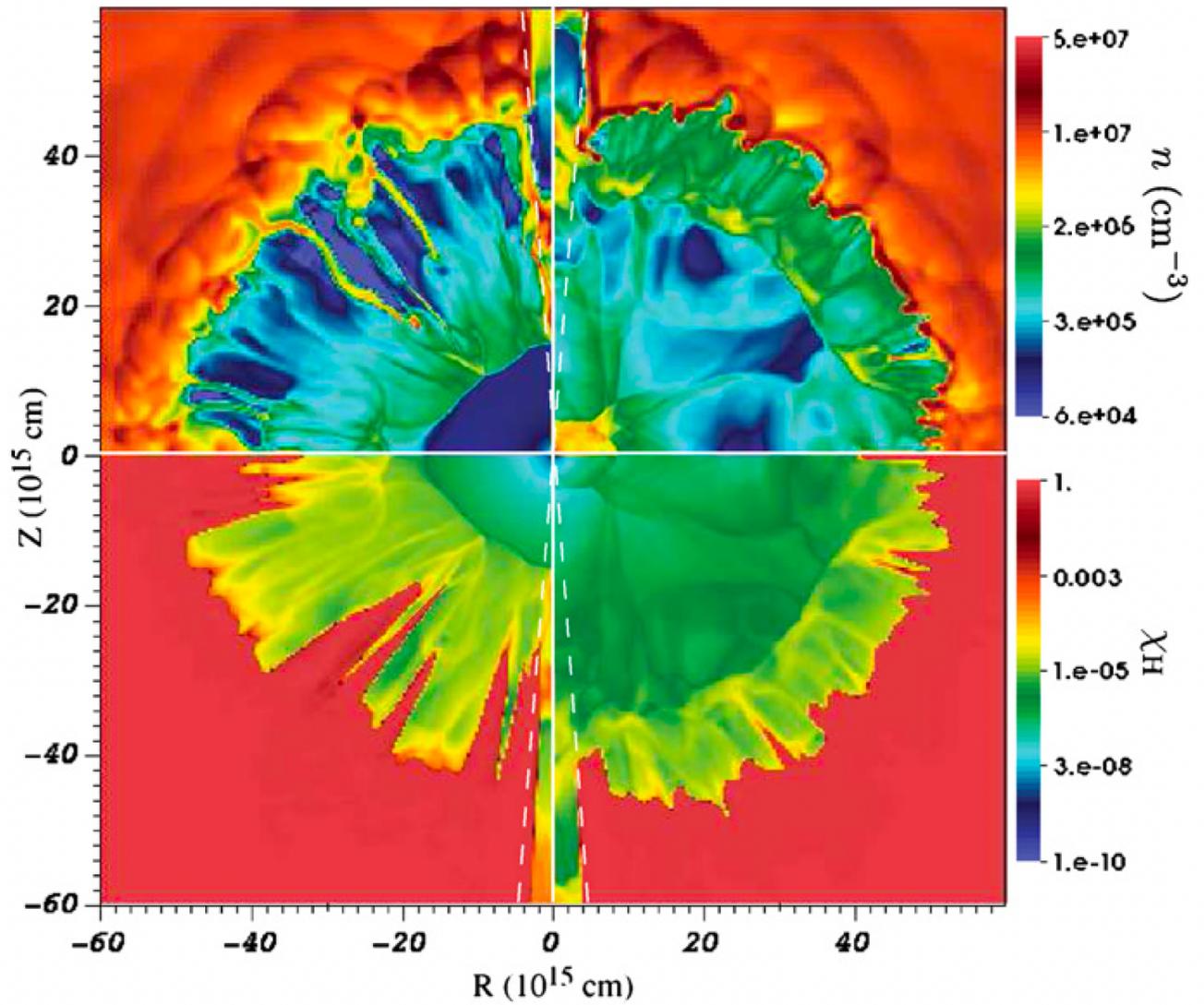


図 3.10: ガスの数密度（上図）と中性水素の割合（下図）のスナップショット．左は中心へのガス降着率が最小の場合，右は最大の場合を示す．白色破線より内側は数値計算上発生した人工的な構造．[Milosavljević et al. \(2009a\)](#)より引用．

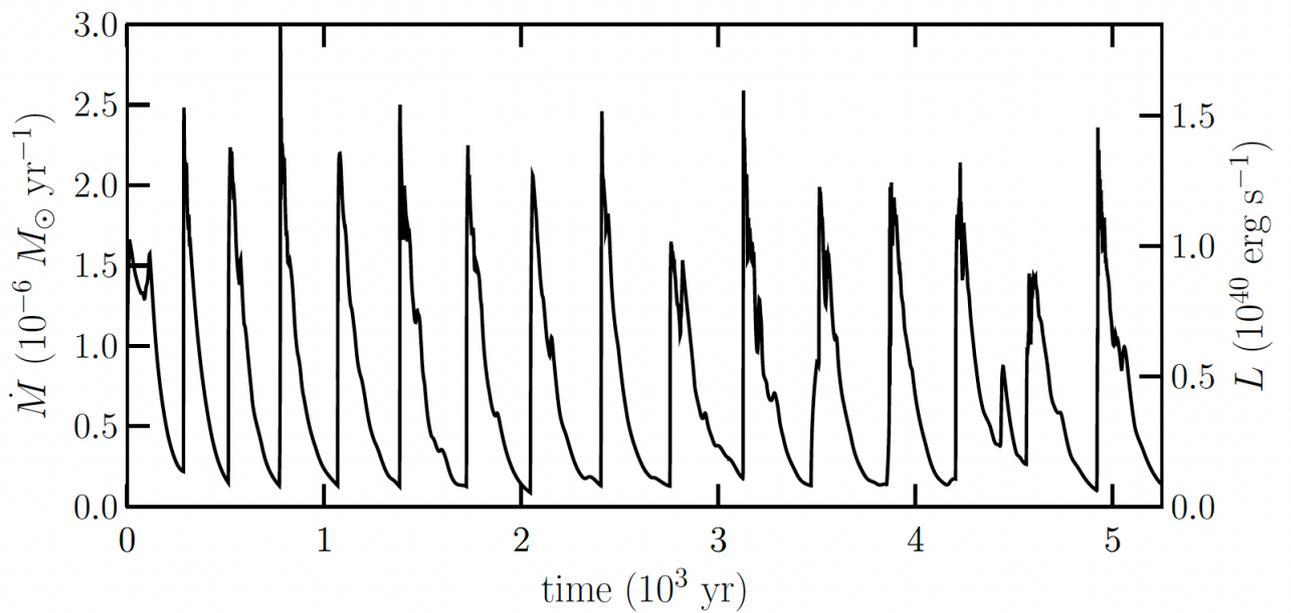


図 3.11: 降着率と光度の時間発展. 輻射変換効率 $\epsilon = 0.1$ としている. [Milosavljević et al. \(2009a\)](#)より引用.

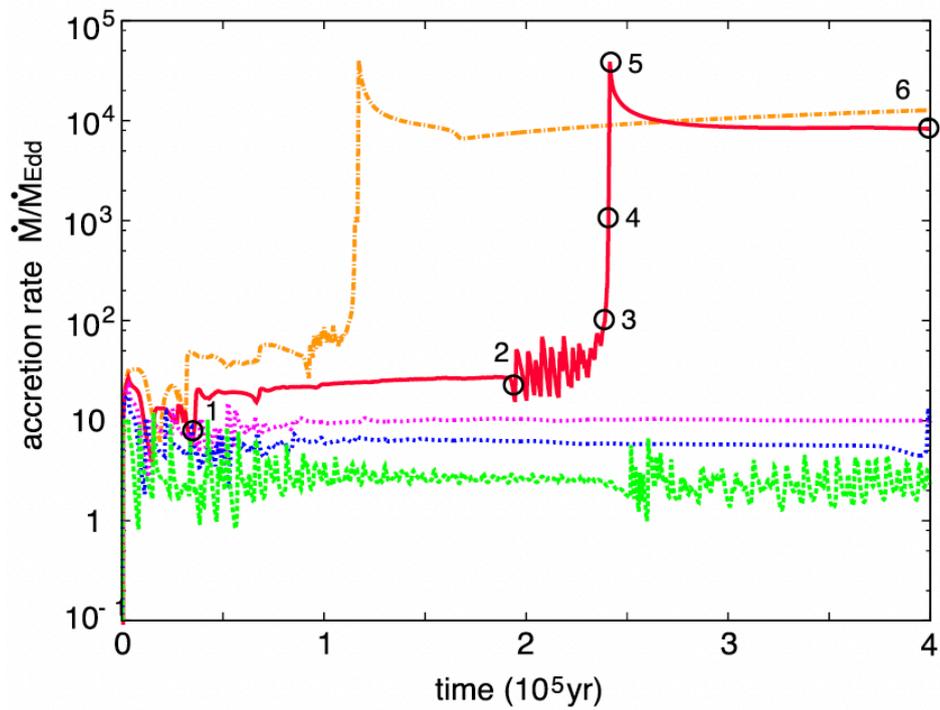


図 3.12: 一定密度 $10^5[\text{cm}^{-3}]$ の環境下で中心ブラックホール質量を変えたときの降着率の時間発展. 緑, 青, マゼンタ, 赤, 橙の順に質量が $10^3 M_\odot, 3 \times 10^3 M_\odot, 5 \times 10^3 M_\odot, 10^4 M_\odot, 2 \times 10^4 M_\odot$ の計算を表す. 質量が大きい場合の計算では, 降着率のジャンプが見られる. Inayoshi et al. (2016)より引用. 図中の数字の意味に関しては原論文を見よ.

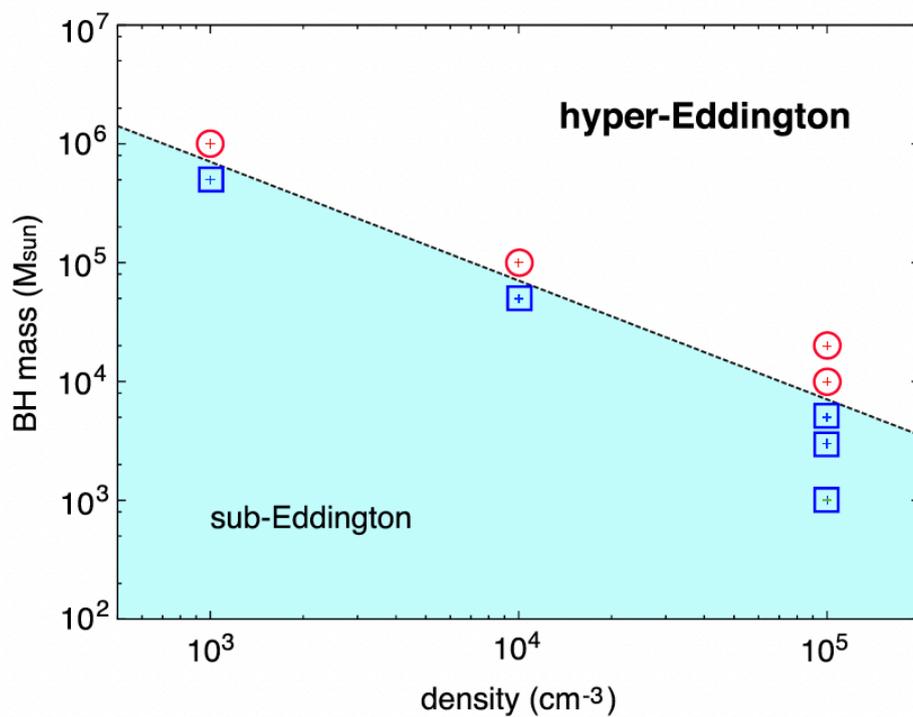


図 3.13: 球対称計算において超臨界降着が起こる場合, 起こらない場合のブラックホール質量, 初期密度の条件. 図中の直線は, ストロームグレン半径とボンディ半径が等しいという条件から決まるものであり, 温度を 10^4 [K] で固定したとき, $M_{\text{BH},4n_{\infty,5}} \simeq 0.71$. Inayoshi et al. (2016) より引用.

第4章

力学的摩擦

この章では、重力源の軌道運動を考えるとときに背景に存在する物質によって受ける減速の効果について解説する。5章で見るような中間質量 BH 同士の連星が合体する過程を考えると、連星間距離を縮める前には周囲の媒質や重力波によって角運動量が抜かれなければならない。BH 同士が十分近づけば重力波放出によって角運動量が抜かれるが、そのフェーズに到達する前段階では周囲の媒質との相互作用が角運動量を抜くプロセスとなる。BH 同士が十分離れている場合には、周囲に存在する軽い星が統計的に運動量を受け取りやすいため、星による角運動量の引き抜きによって軌道が縮まる。しかし、BH 同士がある程度近づくと、星の大半は散乱や潮汐破壊によって消失してしまい、運動量を受け渡す対象として不適切になる（ロス・コーン問題）。これだと中間質量並びに超巨大質量の BH が宇宙年齢に合体するのは難しくなってしまうように思われるが、巨大 BH の周囲には普遍的にガスが存在することが知られており、これによる角運動量の引き抜きが起こって軌道を縮めることができる可能性がある。すなわち、連星 BH の軌道進化を考えるには星やガスによって及ぼされる摩擦について理解しなければならない。本章ではまず、4.1 節で背景に存在する星によって重力源が受ける摩擦を記述したチャンドラセカールの公式を導出する。次に、4.2 節でガスによって重力源が受ける摩擦を記述したオストライカーの公式を導出する。最後に、4.3 節で、ガス媒質中での摩擦に関するシミュレーション研究を紹介する。

4.1 無衝突粒子中での力学的摩擦とチャンドラセカールの公式

銀河のように多くの星が点在する中に BH のような重い天体が存在すると、重い天体は比較的軽い天体と何回も重力相互作用による散乱を繰り返し、エネルギーを受け渡す。このため、軽い星々の中で軌道運動する重い天体は即座にエネルギーを失うこととなる。このような効果を力学的摩擦と呼ぶ。星のような無衝突粒子を考えたとき、天体に及ぼされる力学的摩擦に関しては、チャンドラセカールが有用な公式を与えている (Chandrasekhar 1943)。以下では、チャンドラセカールの公式について、Binney and Tremaine (2008)、福江、和田、梅村「宇宙流体力学の基礎」を参考にして解説する。

まず、力学的摩擦を考えるうえでは散乱問題が初歩となるので、重力相互作用する 2 物体の散乱から始める。質量 m の質点が、質量 M ($M > m$) の物体によって散乱される場合を考える。散乱前の速度に関して、軽い方は \mathbf{v}_m 、重い方は \mathbf{v}_M 、散乱後の速度に関して、軽い方は \mathbf{v}'_m 、重い方は \mathbf{v}'_M とおく。また、軽い方の位置を \mathbf{r}_m 、重い方の位置を \mathbf{r}_M で表す。このとき、相対座標を $\mathbf{r} := \mathbf{r}_M - \mathbf{r}_m$ とおき、重心座標と相対座標に分けて運動を考えると、相対座標の運動方程式は換算質量 $\mu = \frac{mM}{m+M}$ を用いて、

$$\mu \ddot{\mathbf{r}} = -\frac{G(m+M)\mu}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (4.1)$$

と書ける。すなわち、今の問題は質量 μ をもつ粒子の一体問題に帰着される。散乱前後の速度差を、 $\Delta \mathbf{v}_M = \mathbf{v}'_M - \mathbf{v}_M$ 、 $\Delta \mathbf{v}_m = \mathbf{v}'_m - \mathbf{v}_m$ とおくと、相対速度の速度差は、

$$\Delta \mathbf{v} = \Delta \mathbf{v}_M - \Delta \mathbf{v}_m \quad (4.2)$$

となることが分かる。また、運動量保存則より、

$$m\Delta \mathbf{v}_m + M\Delta \mathbf{v}_M = 0 \quad (4.3)$$

が成り立つ。これらの 2 式から、

$$\Delta \mathbf{v} = \frac{m+M}{m} \Delta \mathbf{v}_M \quad (4.4)$$

となる。

ここで、運動方程式 (4.1) の右辺が動径成分しかもたないのので、中心力問題の一般解を用いて運動を解析することができる。図 4.1 のように原点をとり、原点と軌道上の 1 点と

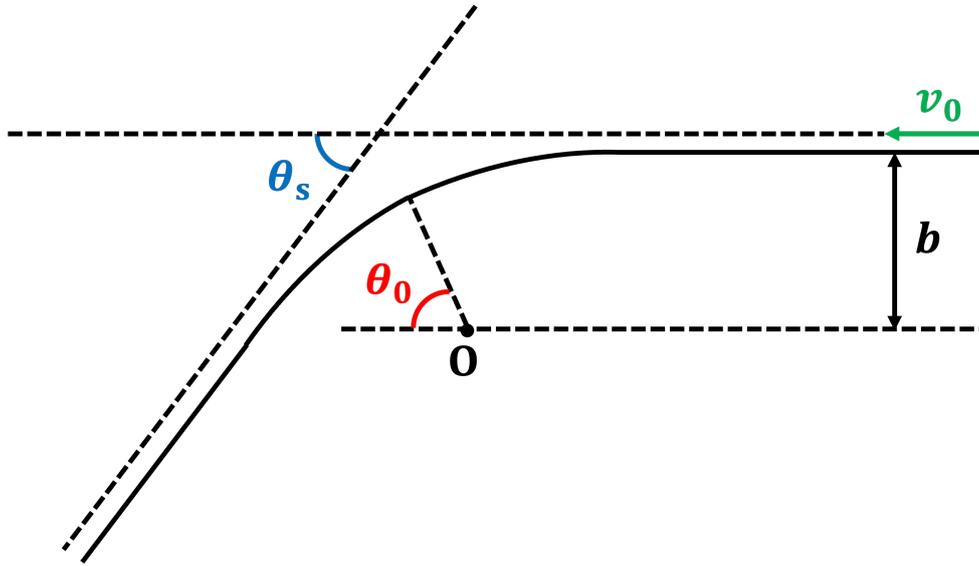


図 4.1: 重心系で見たときの散乱問題の設定. 点 O が系の重心を表しており, 重心に対して v_0 の初速をもち, 衝突係数 b の粒子が入射するような初期条件を考えている. θ_0 は軌道が丁度対称となる箇所を表す角度, θ_s は散乱角を表す.

の距離を r , なす角を θ とする. 重心に対して初速 v_0 , 衝突係数 b で入射する粒子を考えると,

$$r = \frac{l}{1 + e \cos(\theta - \theta_0)} \quad (4.5)$$

$$l = \frac{h^2}{G(m+M)} \quad (4.6)$$

$$e^2 = 1 + \frac{2Eh^2}{G^2\mu(m+M)^2} \quad (4.7)$$

となる. ここで, h は角運動量を表し, $h = bv_0$ である. また, 図 4.1 のように, θ_0 は軌道の近接点である. $h = r^2\dot{\theta}^2$ であることから,

$$\dot{r} = \frac{eh}{l} \sin(\theta - \theta_0) \quad (4.8)$$

と求まる. $r \rightarrow \infty$ とき, $\theta = 0$ かつ $\dot{r} = -v_0$ であることから,

$$\sin \theta_0 = \frac{lv_0}{eh} \quad (4.9)$$

$$\cos \theta_0 = -\frac{1}{e} \quad (4.10)$$

が分かる。よって、

$$\tan \theta_0 = -\frac{lv_0}{h} = -\frac{bv_0^2}{G(m+M)} \quad (4.11)$$

となる。ここで、散乱角 $\theta_s = 2\theta_0 - \pi$ が 90° となるときの衝突係数を b_{90} とすると、

$$b_{90} := \frac{G(m+M)}{v_0^2} \quad (4.12)$$

と書くことができる。この量を用いると、散乱角は

$$\theta_s = 2 \tan^{-1} \left(\frac{b_{90}}{b} \right) \quad (4.13)$$

となる。

ここで、エネルギー保存則より散乱前後の速さは v_0 のまま変化しない。よって、速度変化の大きさは、初速に対する水平成分と鉛直成分に分けて、

$$|\Delta \mathbf{v}_{\parallel}| = v_0 - v_0 \cos \theta_s = \frac{2v_0}{1 + (b/b_{90})^2} \quad (4.14)$$

$$|\Delta \mathbf{v}_{\perp}| = v_0 \sin \theta_s = \frac{2v_0(b/b_{90})}{1 + (b/b_{90})^2} \quad (4.15)$$

となる。ここで、 $k = \tan(\theta/2)$ とおいたとき、 $\cos \theta = \frac{1 - k^2}{1 + k^2}$ 、 $\sin \theta = \frac{2k}{1 + k^2}$ となることを用いた。よって、(4.4) を用いると、

$$|\Delta \mathbf{v}_{M\parallel}| = \frac{2mv_0}{m+M} \frac{1}{1 + (b/b_{90})^2} \quad (4.16)$$

$$|\Delta \mathbf{v}_{M\perp}| = \frac{2mv_0}{m+M} \frac{b/b_{90}}{1 + (b/b_{90})^2} \quad (4.17)$$

が得られる。

ここで、幾つもの質点 m が一様に分布し、散乱が何回も起こるような状況を考えよう。このとき、質点 M の速度変化に関して、初速に対して垂直な成分はベクトル和を考えるに当たってプラスとマイナスが一様に混在するためゼロになる。一方、水平成分は常に負となり、その和の分だけ減速を受ける。

以上の考察のもと、物体 M の速度変化を立式する。単位時間に $[b, b + db]$ を通って散乱される質点の個数は、質点の分布関数 $f(\mathbf{v}_m)$ を用いて、 $2\pi b db v_0 f(\mathbf{v}_m) d^3 v_m$ と書ける。

よって,

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{v}_M}{dt} &= \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} 2\pi b db \int d^3v_m \Delta\mathbf{v}_{M\perp} v_0 f(\mathbf{v}_m) \\ &= -2\pi \ln\left(\frac{1+\lambda^2}{2}\right) G^2(m+M)m \int d^3v_m f(\mathbf{v}_m) \frac{\mathbf{v}_M - \mathbf{v}_m}{|\mathbf{v}_M - \mathbf{v}_m|^3}\end{aligned}\quad (4.18)$$

ここで、衝突係数の積分範囲に関しては実際に考える系によって最小値と最大値が設定されるため、 b_{\min} , b_{\max} とした。また、 $\lambda = b_{\max}/b_{\min}$ である。

サイズが \mathcal{R} 、質量が \mathcal{M} の銀河を考える。天体 M の軌道半径を R とする。 $b_{\min} \approx b_{90}$, $b_{\max} \approx R$ と近似できる。 v_{typ} を系の典型的な速度とすると、 $b_{90} \approx GM/v_{\text{typ}}^2$ となるため、

$$\lambda \approx \frac{R \mathcal{M}}{\mathcal{R} M} \gg 1 \quad (4.19)$$

となる。ただし、最後の不等号は天体 M が銀河中心付近にあるときには成り立たない。これより、 $\ln(1+\lambda^2)/2 \simeq 2 \ln \lambda$ となる。 \mathbf{v}_m が等方的なとき、

$$\frac{\mathbf{v}_M - \mathbf{v}_m}{|\mathbf{v}_M - \mathbf{v}_m|^3} = \frac{\mathbf{v}_M}{|\mathbf{v}_M|^3} \quad (4.20)$$

となる。このとき、積分の寄与は天体 M よりも遅い星のみであり、故に

$$\frac{d\mathbf{v}_M}{dt} = -16\pi^2 G^2 m(m+M) \ln \lambda \left[\int_0^{v_M} dv_m v_m^2 f(v_m) \right] \frac{\mathbf{v}_M}{v_M^3} \quad (4.21)$$

が得られる。これがチャンドラセカールの力学的摩擦の式である。

v_M が小さいとき、積分範囲のうち $v_m \simeq 0$ の部分が効くので、 $f(v_m)$ を $f(0)$ として積分の外に出してやってもよい。このとき、

$$\frac{d\mathbf{v}_M}{dt} = -\frac{16}{3}\pi^2 G^2 m(m+M) \ln \lambda f(0) \mathbf{v}_M \quad (4.22)$$

となり、力学的摩擦は天体の速度に比例する。これはよく知られたストークス則を再現している。

逆に、 v_M が大きいとき、 $v_M \rightarrow \infty$ となり、

$$n = 4\pi \int_0^\infty dv_m v_m^2 f(v_m) \quad (4.23)$$

であることを用いると、

$$\frac{d\mathbf{v}_M}{dt} = -4\pi G^2 m(m+M)n \ln \lambda \frac{\mathbf{v}_M}{v_M^3} \quad (4.24)$$

が得られる。すなわち、力学的摩擦の大きさが天体速度の2乗に反比例する形となり、速く動けば動くほど摩擦を感じなくなることがわかる。

ここで、質点の分布関数が分散 σ のマクスウェル分布の場合を考える。すなわち、

$$f(v_m) = \frac{n}{(2\pi\sigma^2)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{v_m^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (4.25)$$

であるとする。このとき、

$$\frac{d\mathbf{v}_M}{dt} = -16\pi^2 G^2 m(m+M) \ln \lambda \frac{n}{(2\pi\sigma^2)^{3/2}} \left[\int_0^{v_M} dv_m v_m^2 e^{-v_m^2/2\sigma^2} \right] \frac{\mathbf{v}_M}{v_M^3} \quad (4.26)$$

と書ける。[] 内の積分に関して、 $k = v_m/\sqrt{2}\sigma$ と変数変換すると、

$$\int_0^{v_M} dv_m v_m^2 e^{-v_m^2/2\sigma^2} = 2\sqrt{2}\sigma^3 \int_0^{v_M/\sqrt{2}\sigma} dk k^2 e^{-k^2} \quad (4.27)$$

となる。この式の積分に関しては、

$$\int_0^{v_M/\sqrt{2}\sigma} dk k^2 e^{-k^2} = \lim_{a \rightarrow 1} \left(\frac{d}{da} \int_0^{v_M/\sqrt{2}\sigma} dk e^{-ak^2} \right) \quad (4.28)$$

と書き直される。 $p = \sqrt{at}$ と変数変換すると、

$$\begin{aligned} \int_0^{v_M/\sqrt{2}\sigma} dk k^2 e^{-k^2} &= \lim_{a \rightarrow 1} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{4} a^{-3/2} \operatorname{erf}\left(\frac{v_M \sqrt{a}}{\sqrt{2}\sigma}\right) - \frac{v_M}{2\sqrt{2}a\sigma} e^{-av_M^2/2\sigma^2} \right] \\ &= \frac{\sqrt{\pi}}{4} \left(\operatorname{erf}(X) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} X e^{-X^2} \right) \end{aligned} \quad (4.29)$$

となる。ここで、誤差関数

$$\operatorname{erf}(x) := \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x dt e^{-t^2} \quad (4.30)$$

を用いた。また、 $X := v_M/\sqrt{2}\sigma$ である。よって、

$$\frac{d\mathbf{v}_M}{dt} = -\frac{4\pi G^2 mn(m+M) \ln \lambda}{v_M^3} \left(\operatorname{erf}(X) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} X e^{-X^2} \right) \mathbf{v}_M \quad (4.31)$$

が得られる。

この式から、力学的摩擦に関して2つの特徴が読み取れる。1つ目は、摩擦が散乱される星の質量密度 nm には依存するが、個々の星の質量にはほぼ依存しないことである。もう1つは、摩擦の大きさが天体質量の2乗に比例することである。後者に関しては、次の

ように解釈することができる。天体 M のよって星が散乱されると、天体の後方が高密度になる。この密度上昇の振幅は天体質量 M に比例する。一方で、密度上昇によってできた領域が天体に及ぼす重力は M に比例する。これにより、天体 M が散乱された星から受ける力学的摩擦は M^2 に比例するのである。

4.2 ガス中での力学的摩擦とオストライカーの公式

ガス媒質中の天体には、周囲のガス粒子から受ける重力がかかる。天体が静止している場合は、天体へのガス降着は球対称と見なしてよく、ガスの構造も球対称的になるため天体にはたらく重力は打ち消し合う。しかし、ガス中を運動する天体の場合は、天体に落下するガスの一部は後方に集められ、その後落下する。すなわち、天体の後方では比較的高密度な構造が実現され、この方向の重力が打ち消し合わずに天体を減速させる向きに力がかかる。これを、ガス中における力学的摩擦という。オストライカーは 1999 年の論文で、ガス中における力学的摩擦の公式を導いた。彼女は流体の基礎方程式において線形摂動を考え、これによって引き起こされるガスの重力が力学的摩擦を表すと考えた。以下では、[Ostriker \(1999\)](#) に従い、ガス中での力学的摩擦を表す公式を導出する。

流体の基礎方程式である連続の式とオイラー方程式を出発点とする：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - \nabla \Phi_{\text{ext}} \quad (4.33)$$

密度、速度に対してそれぞれ摂動を考え、線形化された方程式をつくる。 $\rho = \rho_0[1 + \alpha(\mathbf{x}, t)]$, $\mathbf{v} = c_s \boldsymbol{\beta}(\mathbf{x}, t)$ として、上式に代入すると、以下のような 2 つの方程式が得られる。

$$\frac{1}{c_s} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot \boldsymbol{\beta} = 0 \quad (4.34)$$

$$\frac{1}{c_s} \frac{\partial \boldsymbol{\beta}}{\partial t} + \nabla \alpha = -\frac{1}{c_s^2} \nabla \Phi_{\text{ext}} \quad (4.35)$$

これら 2 つの方程式から $\boldsymbol{\beta}$ を消去すると 1 つの方程式となり、ソース有りの波動方程式の形になる：

$$\nabla^2 \alpha - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} = -\frac{1}{c_s^2} \nabla^2 \Phi_{\text{ext}} \quad (4.36)$$

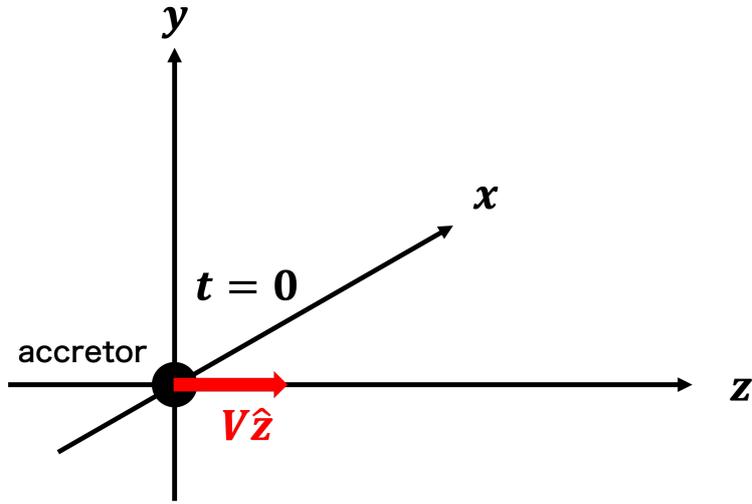


図 4.2: 等速直線運動する摂動天体が及ぼす密度揺らぎを計算するための座標. $t = 0$ に原点から $+z$ 方向に摂動天体が一定速度 V で運動を始める. 天体の質量は M_p である.

ここで, ポアソン方程式を用いて重力ポテンシャルの 2 階微分項を密度に書き換え, $\rho_{\text{ext}} \equiv c_s^2 f(\mathbf{x}, t)/G$ なる置き換えを行うと, 解くべき方程式は以下のように決定される:

$$\nabla^2 \alpha - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} = -4\pi f(\mathbf{x}, t) \quad (4.37)$$

ここで, 断熱における音速の定義

$$c_s^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \quad (4.38)$$

を用いた. 得られた α に関する方程式 (4.37) は, ソース有りの波動方程式であるから, 遅延グリーン関数を用いて解くことができ,

$$\alpha(t, \mathbf{x}) = \int d\mathbf{x}'^3 \int dt' \frac{\delta\left(t' - t + \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}{c_s}\right) f(t', \mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} \quad (4.39)$$

と求まる.

ここまでは, ソースに関しては特定せずに密度摂動の解を求めたが, 以下ではソースを等速直線運動する天体であると仮定して密度摂動を計算する. 図 4.2 のように $+z$ 方向に速度 V で等速直線運動する質量 M_p 天体を考えると, 密度分布に相当する $f(t, \mathbf{x})$ は,

$$f(t, \mathbf{x}) = \frac{GM_p}{c_s^2} \delta(x)\delta(y)\delta(z - Vt)\theta(t) \quad (4.40)$$

と書ける．ここで、 $\theta(t)$ は重力源発生時刻以降を 1、以前を 0 とする関数である．上で求めた解 (4.39) を代入すると、

$$\begin{aligned}\alpha(t, \mathbf{x}) &= \frac{GM_p}{c_s^2} \int dx' dy' dz' \int dt' \frac{\delta\left(t' - t + \frac{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{1/2}}{c_s}\right)}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{1/2}} \\ &\quad \delta(x') \delta(y') \delta(z' - Vt') \theta(t') \\ &= \frac{GM_p}{c_s^2} \int dw \frac{\delta(w + s + \mathcal{M}(R^2 + w^2)^{1/2})}{(R^2 + w^2)^{1/2}} \theta\left(\frac{w+z}{V}\right)\end{aligned}\tag{4.41}$$

が得られる．ここで、 $R := (x^2 + y^2)^{1/2}$ 、 $s := z - Vt$ 、 $w := z' - z$ とおいた．また、 $\mathcal{M} := V/c_s$ はマッハ数である． w 積分を計算するには、デルタ関数の引数がゼロとなる時の解を用いてデルタ関数を展開するのが正攻法である．故に、その方程式を書き下すと、

$$w + s + \mathcal{M}(R^2 + w^2)^{1/2} = 0\tag{4.42}$$

である．これより、 $w + s < 0$ は満たされなければならない．この方程式の解は、複素数解も含めたうえで以下のように書ける．

$$w_{\pm} = \frac{s \pm \mathcal{M}[s^2 + R^2(1 - \mathcal{M}^2)]^{1/2}}{\mathcal{M}^2 - 1}\tag{4.43}$$

ただし、前述の通り、 $w_{\pm} + s = \frac{\mathcal{M}^2 s \pm \mathcal{M}[s^2 + R^2(1 - \mathcal{M}^2)]^{1/2}}{\mathcal{M}^2 - 1} < 0$ が成り立つ必要があることに注意しなければならない．このことを考慮すると、解の描像はマッハ数が 1 より小さいときと大きいときで変わる． $\mathcal{M} < 1$ のとき、 $w_{\pm} + s$ の分母は負であり、分子に関しては $\mathcal{M}[s^2 + R^2(1 - \mathcal{M}^2)]^{1/2} > \mathcal{M}|s|$ であるから、

$$\mathcal{M}^2 s + \mathcal{M}[s^2 + R^2(1 - \mathcal{M}^2)]^{1/2} > \mathcal{M}(\mathcal{M}s + |s|) > 0\tag{4.44}$$

$$\mathcal{M}^2 s - \mathcal{M}[s^2 + R^2(1 - \mathcal{M}^2)]^{1/2} < \mathcal{M}(\mathcal{M}s - |s|) < 0\tag{4.45}$$

となる．すなわち、解として適切なのは $w = w_+$ のみである． $\mathcal{M} > 1$ のとき、 $w_{\pm} + s$ の分母は正であるので、解として適切な w は、

$$\mathcal{M}^2 s \pm \mathcal{M}[s^2 + R^2(1 - \mathcal{M}^2)]^{1/2} < 0\tag{4.46}$$

を満たさねばならない． $w = w_+$ に関して、上の条件を満たすためには $s < 0$ が必要である（第 2 項が正の数であるため）．また、 $w = w_-$ に関しては、 $\mathcal{M}^2 s > \mathcal{M}[s^2 + R^2(1 -$

$\mathcal{M}^2)^{1/2}]$ より, やはり $s < 0$ が必要である. 尚且つ, 根号の中身が正となるべきであるから,

$$\frac{|s|}{R} > (\mathcal{M}^2 - 1)^{1/2} \quad (4.47)$$

となるべきである. 以上より,

$$s < 0, \frac{|s|}{R} > (\mathcal{M}^2 - 1)^{1/2} \quad (4.48)$$

を満たすとき, $w = w_{\pm}$ の両方が解として適切であり, それ以外の場合は両方が解として不適切である.

以上の下準備をもとにデルタ関数を展開する. $g(w) = w + s + \mathcal{M}(R^2 + w^2)^{1/2}$ とおくと, $g'(w) = 1 + \mathcal{M} \frac{w}{(R^2 + w^2)^{1/2}}$ より,

$$g(w = w_{\pm}) = 1 + \mathcal{M} \frac{w_{\pm}}{(R^2 + w_{\pm}^2)^{1/2}} = \pm \frac{[s^2 + R^2(1 - \mathcal{M}^2)]^{1/2}}{(R^2 + w_{\pm}^2)^{1/2}} \quad (4.49)$$

となる. 故に,

$$\delta(g(w)) = \frac{\delta(w - w_-)}{|g'(w_-)|} + \frac{\delta(w - w_+)}{|g'(w_+)|} \quad (4.50)$$

$$= \frac{1}{[s^2 + R^2(1 - \mathcal{M}^2)]^{1/2}} \{ (R^2 + w_+^2)^{1/2} \delta(w - w_+) + (R^2 + w_-^2)^{1/2} \delta(w - w_-) \} \quad (4.51)$$

となり, (4.41) の積分を実行すると, 以下のような解が得られる.

$$\alpha(t, \mathbf{x}) = \frac{GM_p/c_s^2}{[s^2 + R^2(1 - \mathcal{M}^2)]^{1/2}} \sum_{\text{solution } w_0} \theta\left(\frac{z + w_0}{V}\right) \quad (4.52)$$

ここで, 定常の場合について密度摂動がどのように振る舞うかを考える. このとき, 任意の時刻で $\theta(t) = 1$ となるので, マッハ数によって解の個数が異なることに注意して,

$$\alpha_s(t, \mathbf{x}) = \frac{GM_p/c_s^2}{[s^2 + R^2(1 - \mathcal{M}^2)]^{1/2}} \begin{cases} 1 & (\mathcal{M} < 1) \\ 2 & (\mathcal{M} > 1) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (4.53)$$

解の性質を調べると, 以下のようなことがわかる. $\mathcal{M} < 1$ のとき, 密度一定線は

$$\frac{s^2}{(GM_p/\alpha_{sc_s^2})^2} + \frac{R^2}{(GM_p/\alpha_{sc_s^2(1-\mathcal{M}^2)^{1/2}})^2} = 1 \quad (4.54)$$

となり、 $s - R$ 平面上の楕円を表す。 $\mathcal{M} > 1$ の場合、密度一定線は

$$\frac{s^2}{(GM_p/2\alpha_{sc_s^2})^2} - \frac{R^2}{(GM_p/2\alpha_{sc_s^2}(1-\mathcal{M}^2)^{1/2})^2} = 1 \quad (4.55)$$

となり、 $s - R$ 平面上の双曲線を表す。

次に、非定常な場合について密度摂動がどのように振る舞うかを考える。具体的には、 $t = 0$ に摂動天体が現れた場合を扱う。この場合、 $\theta(t)$ が階段関数となり、解析の際には引数の値に注意しなければならない。 $\mathcal{M} < 1$ の場合、

$$z + w_+ = \frac{-\{(1 - \mathcal{M}^2)Vt - \mathcal{M}^2s\} + \mathcal{M}[s^2 + R^2(1 - \mathcal{M}^2)]^{1/2}}{\mathcal{M}^2 - 1} \quad (4.56)$$

に関して、 $R = 0$ のとき $z + w_+ > 0$ となるための条件は、

$$\begin{cases} s < \left(\frac{1}{\mathcal{M}} - 1\right)Vt & (s > 0) \\ s > -\left(\frac{1}{\mathcal{M}} - 1\right)Vt & (s < 0) \end{cases} \quad (4.57)$$

よって、 $R^2 + z^2 < (c_s t)^2$ において、 $z + w_+ > 0$ 、すなわち、階段関数部分の値は 1 となる。 $\mathcal{M} > 1$ の場合、

$$z + w_{\pm} = \frac{-\{(1 - \mathcal{M}^2)Vt - \mathcal{M}^2s\} \pm \mathcal{M}[s^2 + R^2(1 - \mathcal{M}^2)]^{1/2}}{\mathcal{M}^2 - 1} \quad (4.58)$$

に関して、 $R = 0$ のとき、 $z + w_+ > 0$ となるための必要十分条件は、 $z > -c_s t$ であり、 $z + w_- > 0$ となるための必要十分条件は、 $z > c_s t$ である。 $R^2 + z^2 < (c_s t)^2$ のとき、 $z + w_+ > 0$ 、 $z + w_- < 0$ であり、 $R^2 + z^2 > (c_s t)^2$ のとき、 $z + w_+ > 0$ 、 $z + w_- > 0$ である。ただし、Mach cone の内部でなければならないので、

$$R < \frac{|z - \mathcal{M}c_s t|}{(\mathcal{M}^2 - 1)^{1/2}}, \quad z > \frac{c_s t}{\mathcal{M}} \quad (4.59)$$

が成り立たねばならない。以上より、密度摂動に関する結果をまとめると、

$$\alpha_s(t, \mathbf{x}) = \frac{GM_p/c_s^2}{[s^2 + R^2(1 - \mathcal{M}^2)]^{1/2}} \begin{cases} 1 & (R^2 + z^2 < (c_s t)^2) \\ 2 & (R^2 + z^2 > (c_s t)^2, \mathcal{M} > 1, s/R < -(\mathcal{M}^2 - 1)^{1/2}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (4.60)$$

となる。

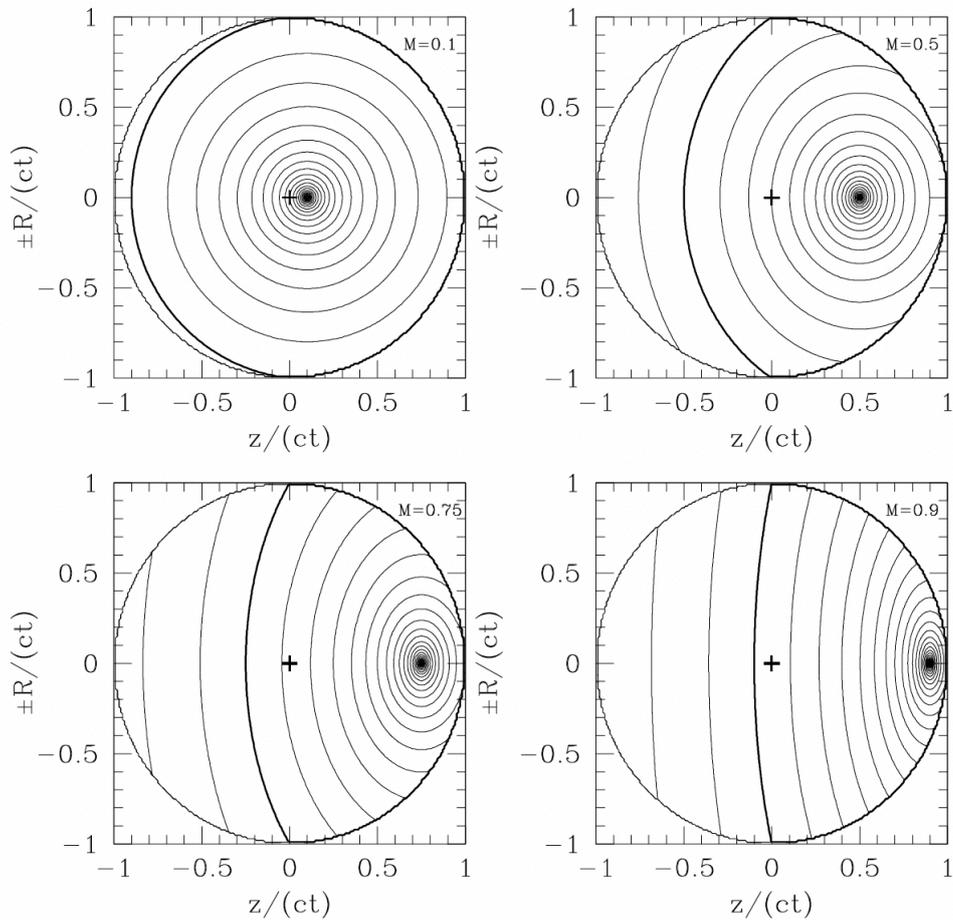


図 4.3: 垂音速の重力源に対する等密度線のプロファイル. マッハ数が $\mathcal{M} = 0.1, 0.5, 0.75, 0.9$ の場合について図示されている. 図中のプラスマークは重力源の位置を表す. [Ostriker \(1999\)](#)より引用.

密度摂動のプロファイルの様子は, 摂動天体の速度が垂音速の場合を図 4.3, 超音速の場合を図 4.4 に示した.

ここまでの議論は, 線形摂動を扱っていたので, $\alpha \ll 1$ が暗に仮定されていた. つまり, この議論の適用範囲は,

$$\frac{GM_p}{c_s^2} \ll [s^2 + R^2(1 - \mathcal{M}^2)]^{1/2} \quad (4.61)$$

である. 左辺はボンディ半径を表しており, 右辺は大雑把には注目する点までの距離を表している. すなわち, ここまでの線形摂動に関する議論はボンディ半径の十分外側でのみ成り立つものであり, ボンディ半径付近やその内側では非線形な効果が効いてきて, 結果

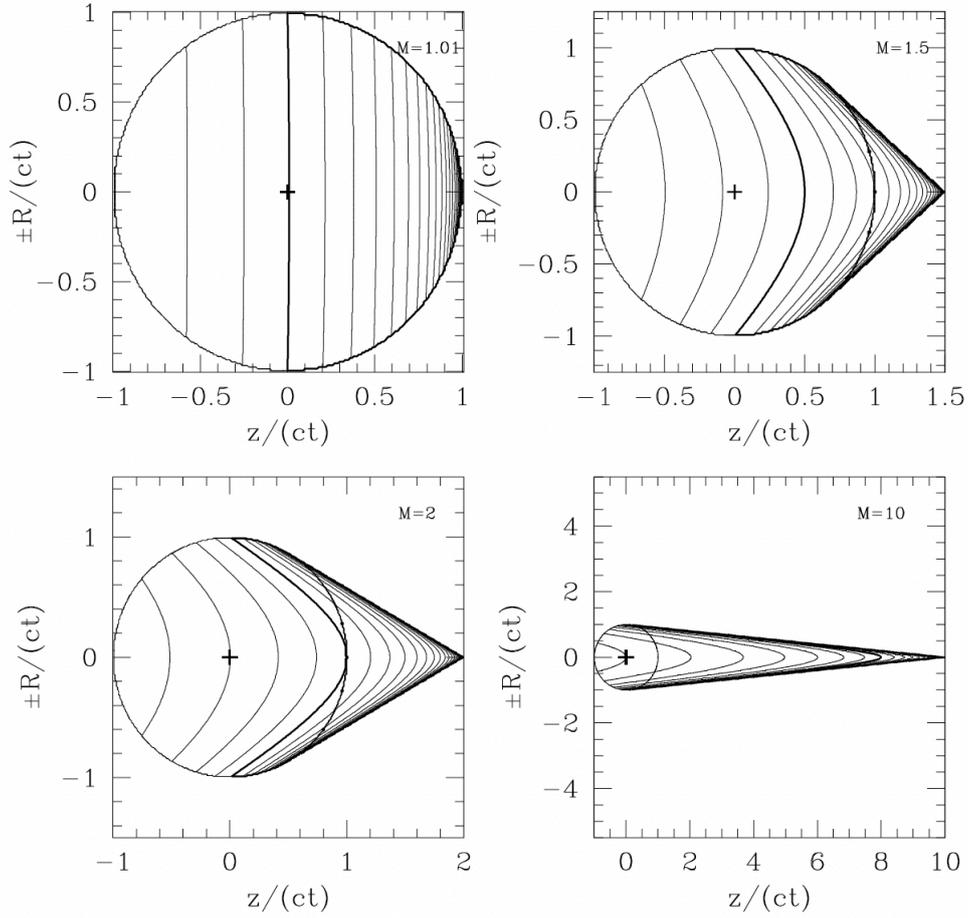


図 4.4: 超音速の重力源に対する等密度線のプロファイル. マッハ数が $M = 1.01, 1.5, 2, 10$ の場合について図示されている. 図中のプラスマークは重力源の位置を表す. [Ostriker \(1999\)](#)より引用.

として得られる力学的摩擦の値は線形理論から導出されるものと異なる. これらの非線形領域も含めた力学的摩擦に関しては数値シミュレーションが行われており, 次節で簡単に紹介する.

さて, 以上により密度摂動の値が求められたので, これを用いて天体がガスから受ける力学的摩擦の値を計算する. これは, 天体が作った密度摂動によるガスの重力がもととなるため,

$$F_{\text{DF}} = \int dV \rho_0 \alpha(t) \frac{GM_p s}{(s^2 + R^2)^{3/2}} \quad (4.62)$$

で計算することができる。 $dV = 2\pi R dR ds$ であるから、

$$F_{\text{DF}} = 2\pi GM_{\text{p}}\rho_0 \int ds \int dR R \frac{\alpha(t)s}{(s^2 + R^2)^{3/2}} \quad (4.63)$$

と書ける。ここで、 $R = r \sin \theta$, $s = r \cos \theta$ と変数変換すると、

$$F_{\text{DF}} = \int d\theta \sin \theta \int dr \frac{GM_{\text{p}}/c_s^2}{r\{(1 - \mathcal{M}^2) + \mathcal{M}^2 \cos^2 \theta\}^{1/2}} \cos \theta \psi_\theta \quad (4.64)$$

となる。 ψ_θ は密度摂動 (4.60) の分枝部分を表す。更に、 $\mu = \cos \theta$, $x = r/c_s t$ と変数変換すると、

$$F_{\text{DF}} = \frac{GM_{\text{p}}}{c_s^2} \int \frac{dx}{x} \int d\mu \frac{\mu \psi_\theta}{(1 - \mathcal{M}^2 + \mathcal{M}^2 \mu^2)^{1/2}} := -\mathcal{F}I \quad (4.65)$$

が得られる。ここで、

$$\mathcal{F} = \frac{4\pi(GM_{\text{p}})^2 \rho_0}{V^2} \quad (4.66)$$

$$I = -\frac{1}{2} \int \frac{dx}{x} \int d\mu \frac{\mu \mathcal{M}^2 \psi_\theta}{(1 - \mathcal{M}^2 + \mathcal{M}^2 \mu^2)^{1/2}} \quad (4.67)$$

である。以下、2つの場合について積分を計算する。

まず、定常状態に関して、 $\mathcal{M} < 1$ の場合、 μ 積分の値がゼロとなり（積分範囲は $\mu : [-1, 1]$ ）、力学的摩擦の値もゼロとなる。 $\mathcal{M} > 1$ の場合、角度積分の範囲は $\mu : [-1, \mu_{\mathcal{M}}]$ であり、 $\mu_{\mathcal{M}} := -(\mathcal{M}^2 - 1)^{1/2}/\mathcal{M}$ は Mach cone の境界を表す。よって、角度積分だけ取り出すと、

$$\int_{-1}^{\mu_{\mathcal{M}}} d\mu \frac{\mu \mathcal{M}^2 \psi_\theta}{(1 - \mathcal{M}^2 + \mathcal{M}^2 \mu^2)^{1/2}} = \int_1^{k_{\mathcal{M}}} \psi_\theta \mathcal{M}^2 \cdot \frac{dk}{2\mathcal{M}^2} k^{-1/2} = -\psi_\theta \quad (4.68)$$

である。ここで、第2の等号では $1 - \mathcal{M}^2 + \mathcal{M}^2 \mu^2 = k$ と変数変換し、第3の等号では $k_{\mathcal{M}} = 0$ であることを用いた。よって、

$$I = \int \frac{dx}{x} = \log \left(\frac{r_{\text{max}}}{r_{\text{min}}} \right) \quad (4.69)$$

が得られる。この結果は、無衝突の系における力学的摩擦を扱ったチャンドラセカールの公式を再現するものである。

次に、前と同様に $t = 0$ に摂動天体が現れた場合を考える。 $\mathcal{M} < 1$ の場合、 $0 < r < c_s t - Vt$ での積分は、角度積分の対称性からゼロになる。最終的に寄与があるのは、図 4.5 の積分範囲のみである。ここで、図 4.5 に現れる μ_c の値は、

$$\mu_c = \frac{1 - \mathcal{M}^2 - x^2}{2x\mathcal{M}} \quad (4.70)$$

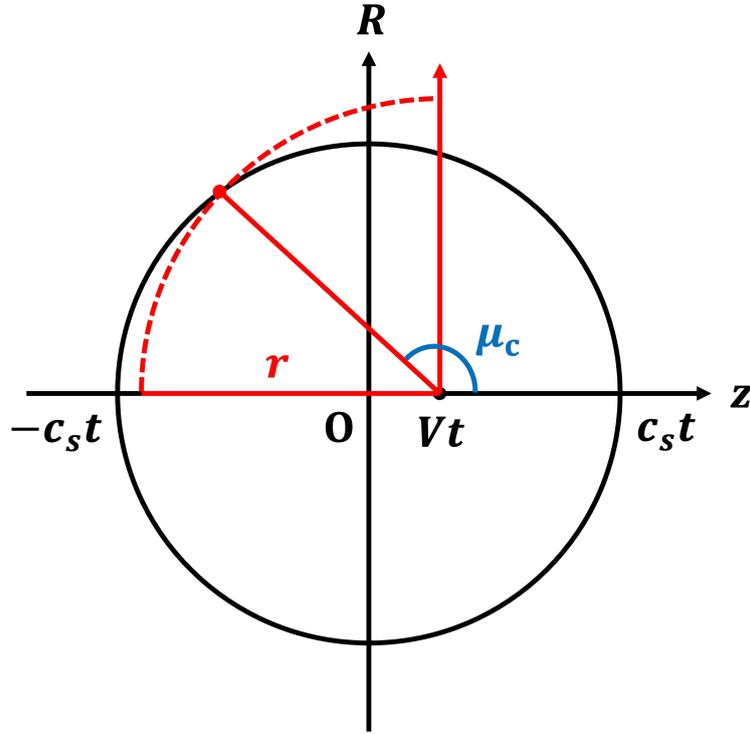


図 4.5: 亜音速の場合の積分 I_{subsonic} について、積分範囲を理解するための図.

である。以上から、

$$\begin{aligned}
 I_{\text{subsonic}} &= -\frac{1}{2} \int_{1-\mathcal{M}}^{1+\mathcal{M}} \frac{dx}{x} \int_{-1}^{\mu_c} d\mu \frac{\mu \mathcal{M}^2 \psi_\theta}{(1 - \mathcal{M}^2 + \mathcal{M}^2 \mu^2)^{1/2}} \\
 &= -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} x - \frac{(1 - \mathcal{M}^2)}{2x} - \log x \right]_{1-\mathcal{M}}^{1+\mathcal{M}} \\
 &= \frac{1}{2} \log \left(\frac{1 + \mathcal{M}}{1 - \mathcal{M}} \right) - \mathcal{M} \tag{4.71}
 \end{aligned}$$

となる。ここで、第2の等号では $1 - \mathcal{M}^2 + \mathcal{M}^2 \mu^2 = k$ と変数変換を行い、 k に関して積分を行った。

$\mathcal{M} > 1$ の場合、 $R - z$ 平面上の円 $R^2 + z^2 = (c_s t)^2$ の内外で ψ_θ の値が異なる。よって、円の内部と外部で別々に積分を考えなければならない。円の外部における積分範囲は、 $r : [r_{\min}, Vt - c_s t]$ 、 $\mu : [-1, \mu_{\mathcal{M}}]$ であり、円の内部における積分範囲は、 $r : [Vt - c_s t, Vt + c_s t]$ 、 $\mu : [-1, \mu_c]$ である。ここで、 r_{\min} は積分の発散を避けるために

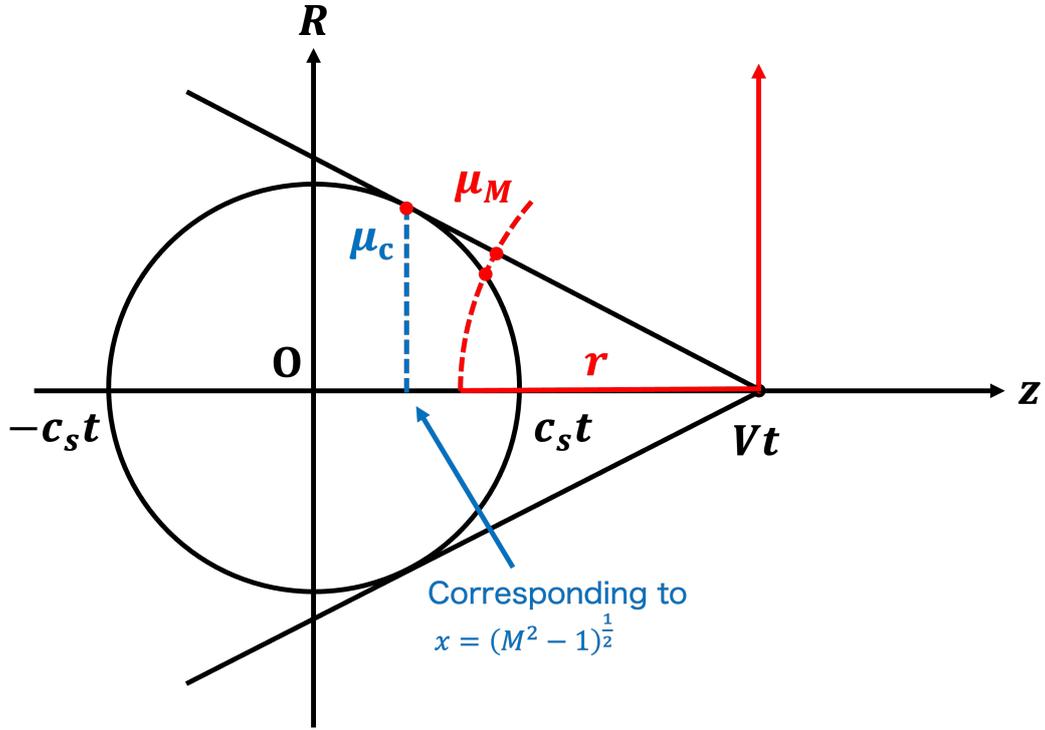


図 4.6: 超音速の場合の積分 $I_{\text{supersonic}}$ について、積分範囲を理解するための図.

導入した. よって,

$$\begin{aligned}
 I_{\text{supersonic}} &= -\frac{1}{2} \int_{r_{\min}/c_s t}^{\mathcal{M}^{-1}} \frac{dx}{x} \int_{-1}^{\mu_{\mathcal{M}}} d\mu \frac{\mu \mathcal{M}^2 \psi_{\theta}}{(1 - \mathcal{M}^2 + \mathcal{M}^2 \mu^2)^{1/2}} \\
 &\quad - \frac{1}{2} \int_{\mathcal{M}^{-1}}^{(\mathcal{M}^2 - 1)^{1/2}} \frac{dx}{x} \left[\int_{-1}^{\mu_c} d\mu + \int_{\mu_c}^{\mu_{\mathcal{M}}} d\mu \right] - \frac{1}{2} \int_{(\mathcal{M}^2 - 1)^{1/2}}^{\mathcal{M} + 1} \frac{dx}{x} \int_{-1}^{\mu_c} d\mu \\
 &= \frac{1}{2} \log \left(\frac{1 + \mathcal{M}}{1 - \mathcal{M}} \right) + \log \left(\frac{\mathcal{M} - 1}{r_{\min}/c_s t} \right)
 \end{aligned} \tag{4.72}$$

となる.

これらの結果を横軸をマッハ数, 縦軸を力学的摩擦の大きさ (\mathcal{F} で規格化) で表したものが図 4.7 である. 前述の通り, ガス媒質中の力学的摩擦の大きさは, マッハ数が大きい極限で 4.1 節で導入した無衝突媒質中での摩擦の大きさと一致する. しかし, 重力源が音速程度で運動するときには, チャンドラセカールの公式による見積もりよりも数倍程度摩擦が大きくなる. また, 時間依存する力学的摩擦は, 定常状態と異なり亜音速でもゼロでない値をもつ.

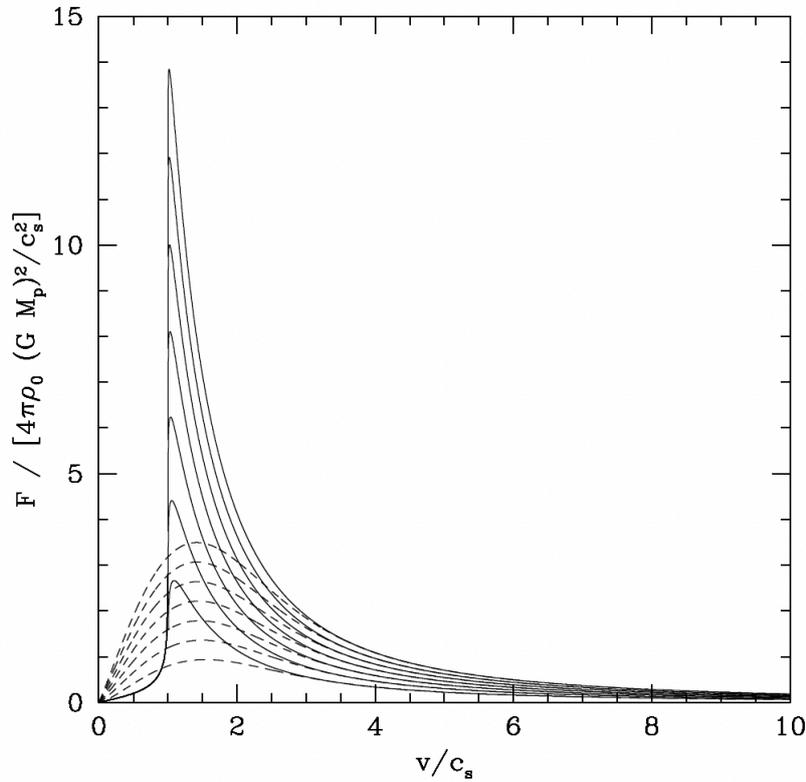


図 4.7: ガス中における力学的摩擦のマッハ数依存性. 図の実線は $\ln(c_{st}/r_{\min}) = 4, 6, 8, \dots, 16$ に対応する. 図の破線は $\sigma = c_s$, $r_{\max} := Vt = \mathcal{M}c_{st}$ なる無衝突媒質中での力学的摩擦を表す.

4.3 オストライカーの公式に関する数値シミュレーション

ガス媒質中での力学的摩擦の大きさについては、数値シミュレーションによる研究も盛んになされている. このことに関連して、何点か言及しておくべきことがある. まず、前節で導出した公式には、最終的な積分を実行する際に正則性を保証するために r_{\min} というカットオフが導入されている. この値は理論からは決めることができないパラメータであるが、流体シミュレーションにおいては解像度が r の最小値を自動的に与えるため、考えている状況によって r_{\min} が決まる. また、前節の公式は線形近似をもとにしており、重力源が軽い場合にしか適用できない. ブラックホール等の重い重力源がガスから受ける摩擦については、非線形の効果が効いてくるため数値シミュレーション等による研究が主である. 本節では、ガス媒質中での力学的摩擦に関するシミュレーション研究を何例か紹

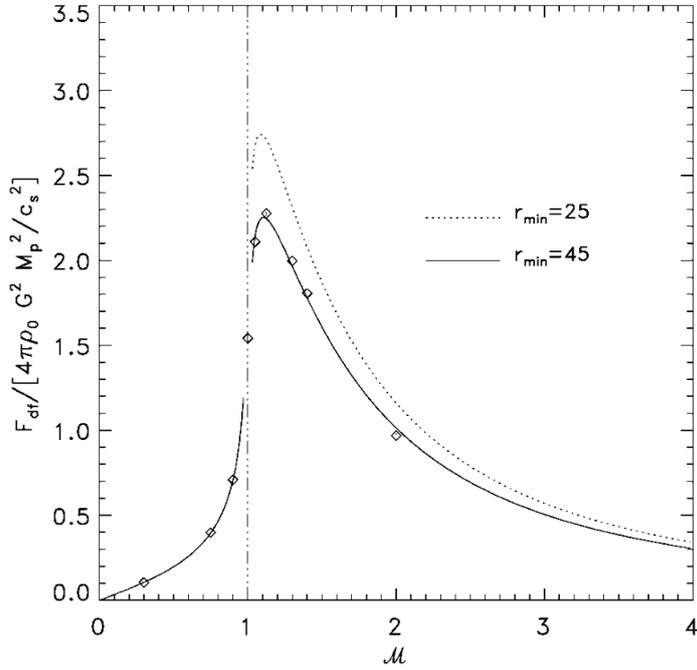


図 4.8: シミュレーション終了時刻における力学的摩擦の値をマッハ数の関数として表したもの。図のダイヤモンドマークがシミュレーションの結果で、実線が $r_{\min} = 2.25R_{\text{soft}}$ としたときのオストライカー公式を表す。Sánchez-Salcedo and Brandenburg (1999)より引用。

介する。

まず、オストライカーの公式発表直後の文献として、Sánchez-Salcedo and Brandenburg (1999)によるシミュレーションがある。この研究では、等速直線運動する重力源がガスから受ける重力の合計値をオストライカーの公式とフィッティングすることで、 $r_{\min} \simeq 2.25R_{\text{soft}}$ と決めている。 R_{soft} は重力ポテンシャルが滑らかになる半径を表す。図 4.8 にフィッティングの結果が示されている。また、この研究ではガスからの反作用による重力源の速度減少についても調べられている。その結果、超音速的な速度で運動する重力源は自らが作った高密度領域からの摩擦により、等速直線運動から見積もられる速度減少

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{F_{\text{DF}}}{c_s} \quad (4.73)$$

よりも大きな減速を受けることが示唆されている。この結果は図 4.9 に示されている。

Kim and Kim (2007)では円軌道にある重力源が受ける摩擦に関して、準解析的な研究

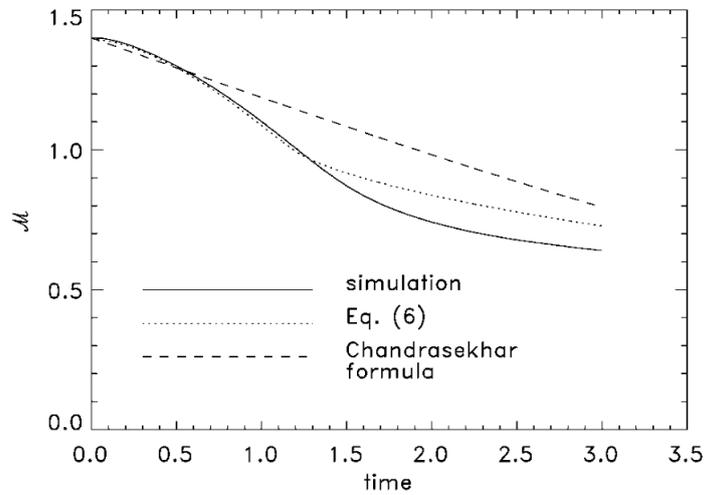


図 4.9: ガスの反作用による減速を受けた重力源の速度変化. 破線はチャンドラセカール公式から推定される減速, 点線はオストライカー公式から推定される減速を表す. [Sánchez-Salcedo and Brandenburg \(1999\)](#)より引用.

がなされている. その結果, オストライカーの公式が良い近似で成り立つことが示唆されている. また, [Kim et al. \(2008\)](#)では, 重力源が連星の場合の力学的摩擦に関して準解析的な計算が行われている. この場合, 一方の重力源は自ら形成した高密度領域によって減速されるだけでなく, 伴星が形成した高密度領域によって加速される. その結果, 単独の場合に比べて軌道進化が遅くなることが示唆されている.

ここまで挙げた例はすべて重力源が軽く, ボンディ半径が重力源のサイズに比べて十分小さいときを想定した研究であった. [Kim and Kim \(2009\)](#)では, 初めて重力源が重い場合の非線形効果について調べられた. その結果, 図 4.10 に示した通り, 亜音速で運動する重力源では線形領域とほぼ同じ摩擦がはたらき, 超音速で運動する重力源では非線形効果によって摩擦が小さくなる可能性が提唱された. しかし, この研究では重力が強い天体を考えているにも関わらず, ガス降着の効果を考慮していない. ガス降着を考えた力学的摩擦に関しては 5.3 節で議論する.

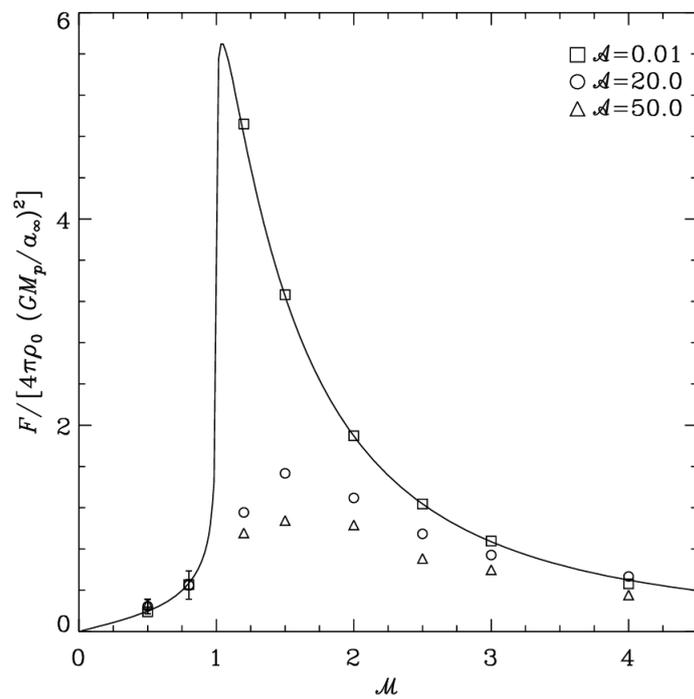


図 4.10: ある時刻に関して規格化された力学的摩擦を様々な $\mathcal{A} = R_B/R_{\text{soft}}$ に関してプロットしたもの。図中の曲線は、オストライカーの公式において、 $r_{\text{min}} = 0.35M^{0.6}R_{\text{soft}}$ ととったもの。 \mathcal{A} の値が大きいほど非線形性が強くなる。 [Kim and Kim \(2009\)](#) より引用。

第 5 章

連星種ブラックホールへのガス降着と力学的摩擦

ここまでは種 BH の形成過程や成長に関して、比較的良好に知られた事項のレビューを行ってきた。この章では、我々の研究に関して 5.1 節で動機を述べた後、5.2 節で研究方法について説明し、5.3 節でその結果を見る。また、結果に関する議論を 5.4 節で行う。

5.1 動機

1 章でも述べた通り、銀河中心には普遍的に SMBH が存在するが、その形成過程については未解明である。星の進化理論によると、BH は大質量星が死んだ後に残るものであるが、 $10^6 M_{\odot}$ を超えるような恒星は存在し得ないので、SMBH 形成時にはガス降着や合体によって質量が増加するフェーズを経ることになる (Rees 1984)。また、近傍宇宙に加えて、 $z \sim 6$ という初期宇宙にも質量が $10^7 - 10^{10} M_{\odot}$ の SMBH が見つかってきており、これらの形成過程を説明するうえでは質量をより急いで増やさなければならないという制約がある。

このような初期宇宙の SMBH に着目したとき、その形成過程の 1 つとして、初代星起源の種 BH をガス降着によって成長させるというシナリオが提案されている (1.3 節参照)。3.5 節では、単独種 BH のガス降着に関する近年の研究と、その物理過程について議論した。Inayoshi et al. (2016) により、電離領域のサイズがボンディ半径より小さいときには、球対称ガス降着でも超臨界的な降着率が実現し、種 BH を急速に成長させることが可能であると示唆された。また、Sugimura et al. (2017)、Takeo et al. (2018) により、多次元的な効果を考えると、ガス降着は主に赤道面方向で起こり、輻射フィードバッ

クは主に軸方向で強くはたらくことから、より簡単に超臨界的降着が実現され得ることが示された。

このような種 BH のガス降着による成長はその後も様々な設定で調べられている。1.5 節でも述べた通り、Park and Bogdanović (2017), Toyouchi et al. (2020)では、等速直線運動する種 BH を対象とし、輻射フィードバックを考慮したときの降着率と力学的摩擦が調べられている。その結果、多くの計算と同様に電離領域がボンディ半径よりも広がる場合には、平均降着率がエディントン降着率を下回る一方で、電離領域がボンディ半径よりも内側に来る場合は、超臨界的な降着が実現することが示された。力学的摩擦に関しては、前者の場合、種 BH 前方で彗星状に高密度のシェルが形成され、加速が起ることが示された。一方で、後者の場合もこのようなシェルができるが、ラム圧によって即座に下流側に流され、種 BH 後方に蓄積することで減速が起る可能性が示唆された。

以上で述べた研究はすべて単独の種 BH を対象としている。しかし、標準宇宙論によれば宇宙の構造形成においては銀河同士の合体が頻繁に起こっており、合体銀河が共に種 BH を保持していれば、星々への角運動量輸送により、これらは比較的容易に連星をなす可能性が高い。よって、種 BH の成長を考えるうえで連星を組んでいる場合を考えることは不可欠であるが、1.5 節でも述べた通り、そのような研究は非常に限られているのが現状である。また、種 BH のような中間質量 BH が等質量連星を組んでいるとき、1.4 節でも述べた通り、これらの合体時に放出される重力波が次世代宇宙重力波望遠鏡のメインターゲットとなっている。このような観測から SMBH の形成過程に制限をつけることができる可能性があり、連星の文脈で種 BH の成長を調べておくことは観測的に SMBH の起源に迫る手段としても重要であると考えられる。

本章では、SMBH の形成過程の解明に向けて、このような種 BH 同士の連星へのガス降着、そしてガスから受ける力学的摩擦について調べた結果について述べる。最終的な目標は輻射フィードバックの影響を考慮したうえで連星種 BH への降着率と力学的摩擦に関して調べることであるが、まずは輻射の影響を考慮しないより簡単な設定で計算を行った。その後、輻射フィードバックの影響を考慮した計算を行い、ガス降着率に関して調べた。本章の構成は以下のとおりである。まず、5.2 節では計算で用いた流体シミュレーションに関する詳細と状況設定、調べたパラメータ領域に関して説明する。次に、5.3 節ではシミュレーションの結果得られた降着率と力学的摩擦の効果について、輻射を切った場合と入れた場合に分けて紹介し、その解釈を述べる。また、種 BH にはたらく力に関しては、力学的摩擦に解像度依存性があることと、降着に伴うガスの運動量輸送も寄与することが示唆されたので、これらについて追加の解析を行った。この結果に関してもこの節で議論する。最後に 5.4 節では、結果から見積もった軌道進化、ガス降着の時間スケール

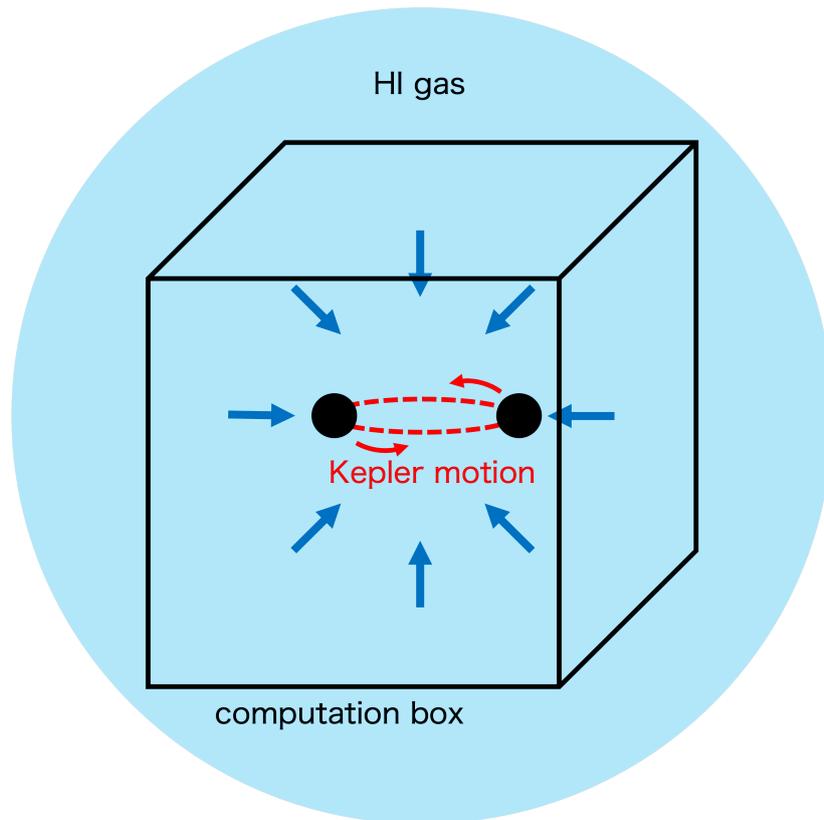


図 5.1: シミュレーション状況設定の図. 計算ボックス内で連星ブラックホールに見立てた 2 つのシンク粒子をケプラー運動させ、シンク粒子の重力に引かれるガスを解く.

について議論し、種 BH の成長について示唆される事項を述べる.

5.2 計算手法

本節では計算に用いたシミュレーションと状況設定、調べたパラメータ領域について具体的に説明する.

5.2.1 設定

本計算では、連星種 BH へのガス降着率と作用する力学的摩擦について調べるために、3次元輻射流体シミュレーションを行った. 計算コードは SFUMATO-RT (Matsumoto 2007; Sugimura et al. 2020)を用いた. SFUMATO-RT はメッシュ法を用いた 3次元流体コードであり、高密度領域ほど多くのメッシュを配置して計算する Adaptive Mesh

Refinement 法 (AMR) が実装されている。また、輻射を解くためのスキームとして Ray-Tracing 法が実装されており (Sugimura et al. 2020), ガスの自己重力も実装されている。更に、天体をシンク粒子に置き換えて計算する手法も実装されている。本計算では、図 5.1 に示すとおり、連星種 BH をそれぞれシンク粒子として扱い、2つのシンク粒子をケプラー運動させる。計算中、ガスから受ける重力によって種 BH の軌道は変わり得るが、本計算では常にケプラー軌道に固定し、種 BH が受ける力や降着率のみ記録していく。そして、連星間距離とボンディ半径の比 $\mathcal{R} := a/R_B$ をパラメータとする。このような設定のもとで準定常状態になるまで計算し、種 BH への降着率を \mathcal{R} の関数として表す。また、種 BH がガスから受ける重力の合計を力学的摩擦として導入し、

$$F_{\text{DF}} = \left(\int_V dV \frac{GM_{\text{BH}}\rho}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \right) \cdot \frac{\mathbf{v}_{\text{BH}}}{|\mathbf{v}_{\text{BH}}|} \quad (5.1)$$

も \mathcal{R} の関数として表す。ここで、 r は種 BH からの距離、 M_{BH} は種 BH の質量、 \mathbf{v}_{BH} は種 BH の速度とする。 V として計算領域全域をとり、 ρdV は各グリッドに内蔵されているガスの質量を表す。つまり、計算領域中に設置された各グリッド内のガスが種 BH に与える重力の和を力学的摩擦と同定している。ただし、本計算ではガスの自己重力は無視している。また、ガスは始原ガスを考えており、 H^+ , H , H_2 , H^- , H_2^+ , e^- , He を含む (Sugimura et al. 2020)。平均分子量は $\mu = 1.27$ である。

まずは、テスト計算として、輻射フィードバックを切った状態で静止した単独種 BH、等速直線運動する単独種 BH へのガス降着計算を行った。この場合、3.2 節、3.3 節で導入したボンディ解、BHL 解が解析的な振る舞いを記述しているため、これらと比較することで計算コードの正当性を試験することができる。次に、連星へのガス降着過程を理解するために種 BH からの輻射フィードバックがない場合の計算を行った。その後、種 BH からの輻射フィードバックを考慮した計算を行った。本計算ではシンク粒子を用いており、種 BH 近傍の降着円盤まで解くことはできないので、輻射はサブグリッドモデルとして導入している。具体的には、シンク粒子への降着率に伴って光源が以下のような光度で光子を放出するとモデル化する (Watarai et al. 2000):

$$L = \begin{cases} 2L_{\text{Edd}} \left[1 + \ln \left(\frac{\dot{m}}{2} \right) \right] & (\dot{m} > 2), \\ L_{\text{Edd}} \dot{m} & (\text{otherwise}). \end{cases} \quad (5.2)$$

ここで、 L_{Edd} はエディントン光度である。また、 \dot{m} はエディントン降着率で規格化された降着率であり、 $\dot{m} = \dot{M}_{\text{BH}}/\dot{M}_{\text{Edd}}$ とする。簡単のため、光源の有効温度は 7×10^4 K に固定し、電離光子としては EUV と FUV を考える。輻射輸送は前述の通り Ray-Tracing

で解かれている。また、輻射力に関しては、電子散乱と EUV 光子による輻射力を考慮する。

5.2.2 初期条件・パラメータ・解像度

この部分ではシミュレーションの初期条件と調べたパラメータ領域、そして計算における解像度について、

- 輻射を考慮しない単独種 BH の場合 (テスト計算)
- 輻射を考慮しない連星種 BH の場合
- 輻射を考慮した連星種 BH の場合

に分けて記す。

単独種 BH に対するテスト計算

まず、テスト計算として静止・等速直線運動する単独種 BH の計算を行ったので、それについて述べる。種 BH が初期に静止している場合、亜音速・超音速で等速直線運動している場合について、種 BH の静止系を考え、ガスに初速を与えることで調べた。ガスの初速度は x 軸方向正の向きに $v/1 \text{ km/s} = 0, 4, 8, 12, 16$ の 5 つの場合を考えた。初期のガス密度、温度はそれぞれ $n_\infty = 10^5 \text{ cm}^{-3}$ 、 $T_\infty = 10^4 \text{ K}$ とし、等温環境で計算を実行した。このとき、音速は

$$c_s = 8.07 \text{ km/s} \left(\frac{T}{10^4 \text{ K}} \right)^{1/2} \left(\frac{\mu}{1.27} \right)^{-1/2} \quad (5.3)$$

であるから、種 BH の速度は静止している場合と、亜音速、超音速の場合をそれぞれ 2 パターンずつ考えていることになる。また、種 BH に見立てたシンク粒子の質量は $10^3 M_\odot$ とした。

解像度等の設定に関しては、計算領域のサイズを 10^5 au にとり、ベースグリッドの数は 128^3 にとった。これに加えて、AMR の最大ネストレベルを 4 に設定し、シンク粒子の半径は最小グリッドサイズの 2 倍にとった。すなわち、 $R_{\text{sink}} \simeq 200 \text{ au}$ である。

輻射なしの計算

次に、輻射を考慮しない連星種 BH の場合の計算に関して述べる。初期に静止しているガスを考え、その密度と温度はそれぞれ $n_\infty = 10^5 \text{ cm}^{-3}$ 、 $T_\infty = 10^4 \text{ K}$ とし、等温環境で計算を行う。種 BH に見立てたシンク粒子の質量は $10^3 M_\odot$ にとり、等質量の連星を考

表 5.1: 計算設定

名前	輻射	$a[\text{au}]$	$M_{\text{BH}}[M_{\odot}]$	$n_{\infty}[\text{cm}^{-3}]$	$R_{\text{box}}[\text{au}]$	L_{max}
a1e4	無	1×10^4	10^3	10^5	4×10^5	5
a2e4	無	2×10^4	10^3	10^5	4×10^5	5
a5e3	無	5×10^3	10^3	10^5	4×10^5	5
a4e4	無	4×10^4	10^3	10^5	8×10^5	6
a8e4	無	8×10^4	10^3	10^5	16×10^5	7
a1e5	無	1×10^5	10^3	10^5	32×10^5	8
a1e4m3rad	有	1×10^4	10^3	10^5	4×10^5	5
a1e4m4rad	有	1×10^5	10^4	10^6	4×10^6	5

える. この質量に対応するボンディ半径は,

$$R_{\text{B}} = 1.36 \times 10^4 \text{ au} \left(\frac{M_{\text{BH}}}{10^3 M_{\odot}} \right) \left(\frac{T_{\infty}}{10^4 \text{ K}} \right)^{-1} \left(\frac{\mu}{1.27} \right) \quad (5.4)$$

である. 計算中, 降着するガスによって種 BH の質量は増加することが考えられるが, 今回は準定常状態での振る舞いが見たいので, 質量は $10^3 M_{\odot}$ のまま変わらないとする. これらの物理量を固定したうえで, 連星間距離 a を, $a/1 \text{ au} = 5 \times 10^3, 10^4, 2 \times 10^4, 4 \times 10^4, 8 \times 10^4, 10^5$ と変えた計算を行った. 以下では, $a = 10^4 \text{ au}$ で行った計算を基準の計算と呼ぶことにする.

また, 本計算では連星間距離を変えたときのシンク粒子の半径が変わらないような設定を課している. 基準の計算では計算領域のサイズを $4 \times 10^5 \text{ au}$ にとり, ベースグリッドの数は 128^3 にとっている. これに加えて, AMR の最大ネストレベルを 5 に設定し, シンク粒子のサイズは最小グリッドサイズの 2 倍にとった. よって, シンク粒子の半径は計算を通じて $R_{\text{sink}} \simeq 400 \text{ au}$ としている. シンク粒子の半径を一定にしたことに伴い, 各計算において計算領域の大きさと AMR の最大ネストレベルを少し変えている. これらの値に関しては表 5.1 にまとめられている. 以下, 各計算は表に記された名前と呼ぶことにする.

輻射ありの計算

次に, 輻射を考慮した場合の計算に関して述べる. この場合も初期に静止したガスを考えており, 温度も輻射なしの計算と同様に $T_{\infty} = 10^4 \text{ K}$ にとる. 第一歩的な計算として, 連星間距離とボンディ半径の比をを輻射なし計算の基準と同様の値に固定し, 以下の 2 つ

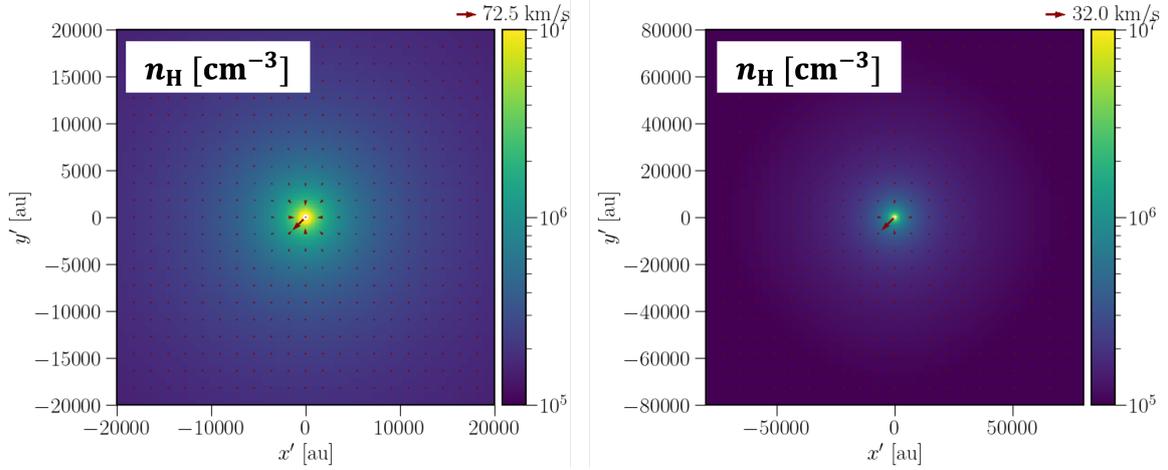


図 5.2: $t \simeq 5 \times 10^4$ yr におけるガスの数密度構造. 矢印はガスの速度を表す. 右の図に比べて左の図は描画の領域を小さくしている. 白い円で囲まれた領域はシンク粒子を表す.

の設定のもとで計算を実行した.

1. $M_{\text{BH}} = 10^3 M_{\odot}$, $a = 10^4$ au, $n_{\infty} = 10^5 \text{ cm}^{-3}$.
2. $M_{\text{BH}} = 10^4 M_{\odot}$, $a = 10^5$ au, $n_{\infty} = 10^6 \text{ cm}^{-3}$.

シンク粒子の半径や解像度に関しては表 5.1 にまとめられている.

5.3 結果

本節では、計算の結果について述べる. まず、テスト計算として輻射を切った単独の種 BH についての結果を述べ、3.2 節、3.3 節で導入した解析解と比較する. 次に、輻射を考慮しなかった場合の結果とそれに対する解釈について述べる. また、結果から種 BH が受ける力学的摩擦に関しては、解像度依存性があることが示唆されたので、これに関する更なる解析を行った. この節ではその方法と結果についても述べる. 最後に輻射を考慮した計算結果について少しだけ触れる.

5.3.1 単独種 BH に対するテスト計算

まず、単独種 BH への BHL 降着に関する計算結果について述べる.

重力源が静止している場合、準定常状態実現後のある時刻におけるスナップショットは図 5.2 のようになる. これより、ガス降着が球対称的に起きていることがわかり、3.2 節

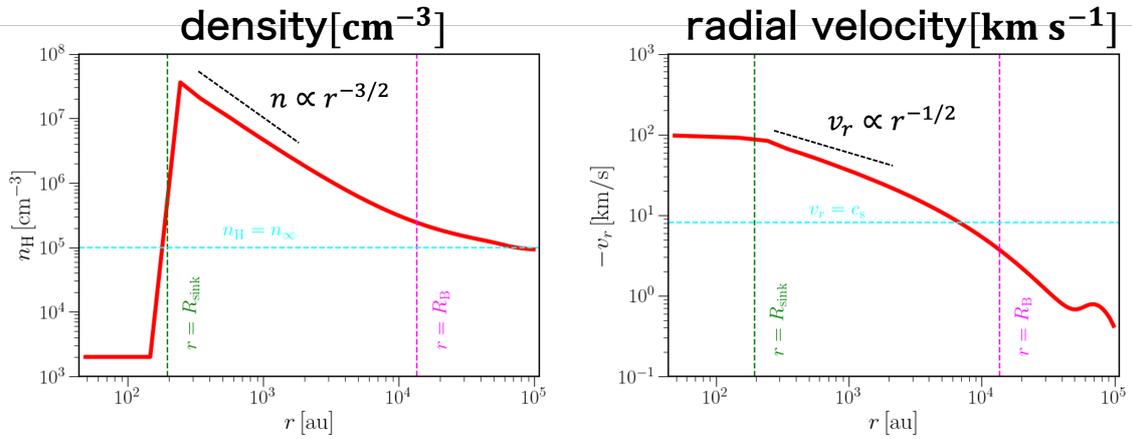


図 5.3: $v_x = 0$ の計算について, $t \simeq 5 \times 10^4$ yr における密度 (左), 動径速度 (右) プロファイル. 横軸は計算領域中心からの距離を表す. 縦破線はそれぞれ, 緑色がシンク半径, マゼンタがボンディ半径に対応しており, シアンの横破線は密度プロファイルについては初期密度を, 動径速度プロファイルについては音速を示している. また, 図中の黒色破線はそれぞれ, 解析解におけるガス密度, 動径速度のボンディ半径より十分内側での漸近的振る舞いを表している.

で導入した静止重力源へのガス降着の描像と一致する. 球対称ガス降着では, 密度や動径速度に関して解析解が得られていた. これと比較するために, 図 5.2 と同じ時刻でシミュレーションから得られた密度, 動径速度プロファイルを図 5.3 に示した. 図中では緑色の縦破線でシンク粒子の位置を表しており, これより内側では密度, 速度ともに一定の値になっている. また, マゼンタの縦破線でボンディ半径の位置を示している. 密度プロファイルに関して, ボンディ半径の十分内側では $n_H \propto r^{-3/2}$ となっており, ボンディ半径の十分外側では初期密度に漸近している. 動径速度プロファイルに関しては, ボンディ半径の十分内側で $v_r \propto r^{-1/2}$ となっていることがわかる. これらは, 3.2 節で導出した解析解の漸近的振る舞いと一致しており, シミュレーションによってボンディ降着が実現されていることが確認された.

重力源が亜音速で等速直線運動している場合, 準定常状態実現後のある時刻におけるスナップショットは図 5.4 に示した. 密度構造は静止重力源の場合とやや異なり, 非球対称な構造が現れている. また, ガスの速度分布に関して, 完全球対称に落下するのではなく, 一部が進行方向に対して後ろ側から回り込んで落下している. しかし, 流れの様子は球対称に近く, 密度分布も重力源近傍ではほぼ対称になっている様子が見られる.

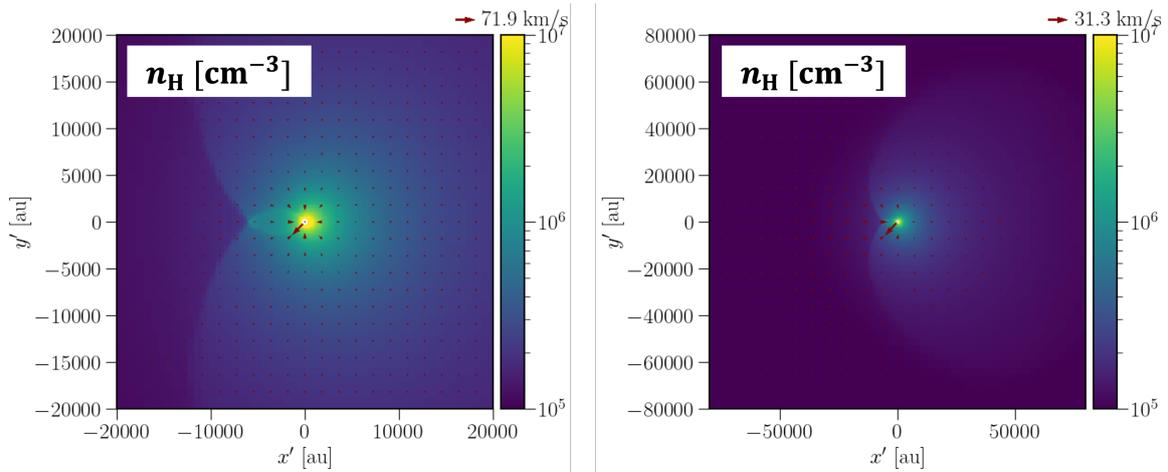


図 5.4: $v_x = 4 \text{ km/s}$ の計算について, $t \simeq 5 \times 10^4 \text{ yr}$ におけるガスの数密度構造. 矢印はガスの速度を表す. 右の図に比べて左の図は描画の領域を小さくしている. 白い円で囲まれた領域はシンク粒子を表す.

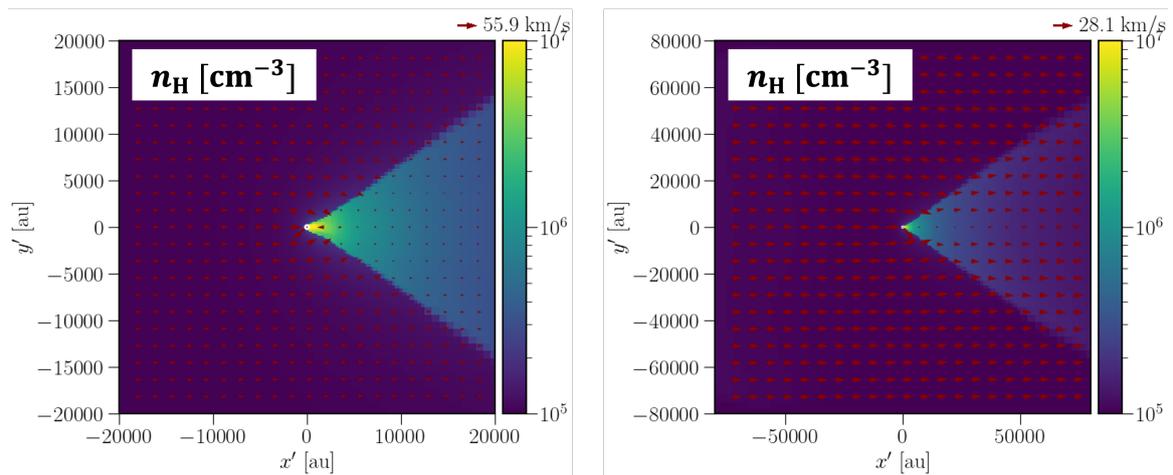


図 5.5: $v_x = 16 \text{ km/s}$ の計算について, $t \simeq 5 \times 10^4 \text{ yr}$ におけるガスの数密度構造. 矢印はガスの速度を表す. 右の図に比べて左の図は描画の領域を小さくしている. 白い円で囲まれた領域はシンク粒子を表す.

重力源が超音速で等速直線運動している場合, 準定常状態実現後のある時刻におけるスナップショットは図 5.4 に示した. 密度構造は先述の 2 つとは完全に異なり, 重力源の進行方向後ろ側に弓状の衝撃波面が発生している. ガスの流れに関しても, 大半が後ろ側からまわり込んで落下している. この傾向は 3.4 節で示した Ruffert (1996) によるシミュレーションでも見られている.

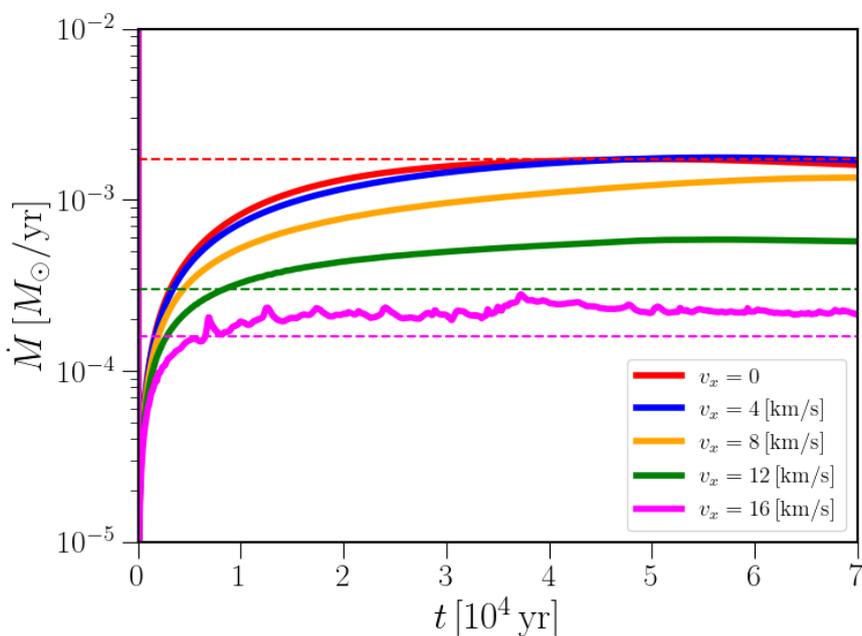


図 5.6: ガス降着率の時間発展. 横軸は時間で単位は 10^4 yr, 縦軸は降着率で単位は M_\odot/yr としている. 各色はそれぞれ重力源の初速が異なる場合に対応している. 各色の破線は, 対応する色の重力源速度に対応する BHL 降着率である.

以上の計算結果について, ガス降着率の時間発展を図 5.6 に示した. 色の違いは重力源の初速の違いを表している. また, 各色の破線は対応する色の重力源速度に対応する BHL 降着率を表しており, 赤色破線がボンディ降着率に対応する. これより, 重力源が(静止も含め)亜音速で等速直線運動している場合, 降着率はボンディ降着率に漸近していくことが確認された. すなわち, 球対称に近い降着が実現されているということがわかった. 一方, 重力源が超音速で等速直線運動している場合, 準定常状態実現後の降着率は BHL 降着率程度になることが確認された. $v_x = 12$ km/s のときはやや値が異なっているものの, $v_x = 16$ km/s のときにはほぼ BHL 降着率と等しくなっていることがわかった. すなわち, 3.3 節で導入された BHL 降着率が正確に等速直線運動する重力源への降着率を表しているわけではないが, ある程度基準として用いてもよいことが確認できた.

5.3.2 輻射を考慮しない場合の連星種 BH 計算

次に, 輻射を考慮しない場合の連星種 BH に関する計算結果について述べる.

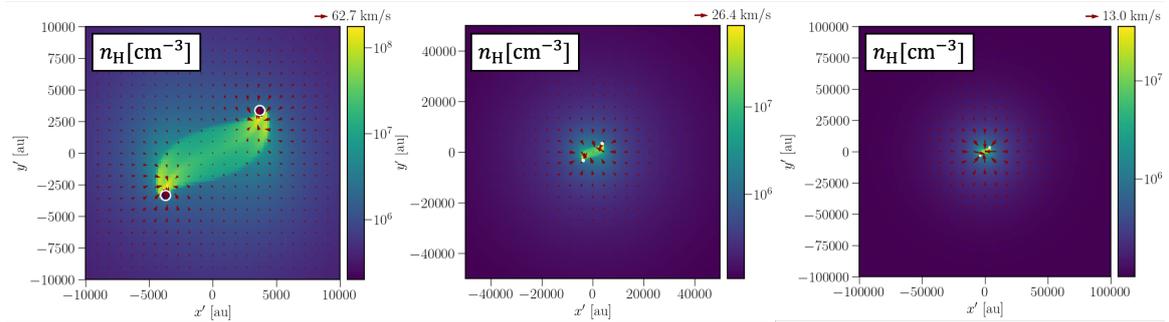


図 5.7: $t \simeq 4.5 \times 10^4$ yr における軌道面での数密度構造. 矢印はガスの速度を表す. 図の左から右にいくにつれて, 描画の領域を大きくしている. 白い円で囲まれた領域はシンク粒子を表す.

密度分布・速度分布

まず, ガスの密度, 速度分布について述べる. 図 5.7 に基準の計算 a1e4 の場合で, 準定常状態実現後の密度分布を示した. この場合, 十分遠方から見ると, ガスは中心に向かって球対称的に降着していく様子が見られる (図 5.7 の一番右の図). より近づいて見ると, 連星間には橋のような構造が存在していることがわかり (図 5.7 の一番左の図), この部分の密度は周囲と比較して高くなっている.

この高密度領域について調べるために, 連星を結ぶ直線に対する垂直二等分線上の密度と動径速度を調べた. 図 5.8 の赤線がそのプロファイルである. まず, 動径速度プロファイルについてみると, $(2-3) \times 10^3$ au 地点で明らかなジャンプが見られた. ジャンプの前面での速度は $v_{r,\text{front}} \simeq 1.65c_s$ であり, 後面での速度は $v_{r,\text{back}} \simeq 0.61c_s$ である. これより, $\frac{v_{r,\text{front}}}{v_{r,\text{back}}} \simeq \mathcal{M}_{\text{front}}^2$ となり, 等温衝撃波のジャンプ条件に一致する. 密度プロファイルについても, $\frac{n_{\text{H,front}}}{n_{\text{H,back}}} \simeq \mathcal{M}_{\text{front}}^2$ となっている. よって, 橋のような構造の前後に見られる密度・速度の不連続的な変化は等温衝撃波に対応することが示唆された.

連星間距離を変えたときの密度構造に関しては図 5.9 に示した. 連星間距離がボンディ半径よりも小さい場合 (a5e3 の計算で, 図の一番左), 基準の計算と同様に各種 BH の間に橋のような高密度構造ができています. 連星間距離がボンディ半径よりも大きい場合 (a2e4, a8e4 の計算で, 図の真ん中と一番右), 連星間に高密度な構造は見られなかった. a2e4 の計算では, 各種 BH の周りに腕のような構造が立っている様子が見られた. ここには示さなかったが, a4e4 の計算でも同様の構造が見られた. a8e4 の計算では, 各々の種 BH への降着が球対称的に近づいており, 種 BH 同士の相互作用はあまり見られなく

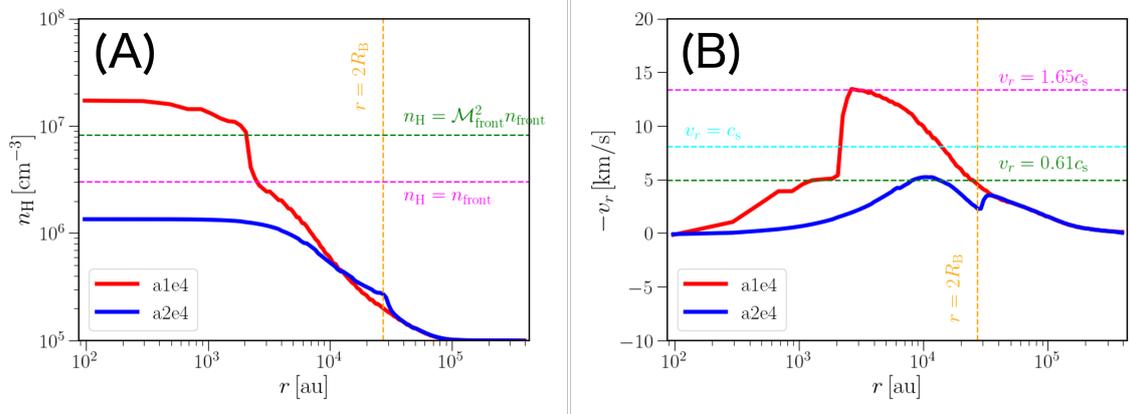


図 5.8: (A) $t \simeq 4.5 \times 10^4$ yr における密度プロファイル。横軸は、計算領域の中心からの距離であり、縦軸の密度プロファイルは、連星を結ぶ直線に対する垂直二等分線上での値をプロットしたもの。赤色が a1e4、青色が a2e4 の計算に対応する。図の橙色の縦破線はボンディ半径の 2 倍の位置を表し、これが連星の実効的なボンディ半径となっている。横破線に関しては、a1e4 の解析に関する補助線である。マゼンタがジャンプ前面、緑色がジャンプ後面の密度を表す。(B) (A) と同じ時刻の動径速度プロファイル。縦軸、横軸、赤線、青線の意味は (A) と同様。ただし、縦軸の動径速度は外向きを正としており、今の図では実際の値にマイナスをかけたものをプロットしている。図の橙色、マゼンタ、緑色の破線の意味は (A) と同じで、シアン破線はこの温度での音速を表す。

なっていた。この傾向は a1e5 の計算でも同じになっていた。ここまでの結果から、連星間距離がボンディ半径以下の場合、連星間に発生した衝撃波によって橋のような高密度構造ができ、連星間距離がボンディ半径を超える場合は、そのような特別な構造ができずに徐々に各々への球対称降着へと移行していくことがわかった。

図 5.8 の青線には、a2e4 において連星を結ぶ垂直二等分線上の密度と動径速度のプロファイルも示されている。前述の通り、このとき連星間に高密度領域はできておらず、腕のような構造が見られる。動径速度プロファイルからわかる通り、このときガスの動径速度は常に垂音速であり、衝撃波は発生しなかった。よって衝撃波による圧縮は起こらず、高密度領域は形成されないのである。

降着率

次に、各シンク粒子への降着率の合計値について解析を行った。降着率の時間変化は図 5.10 のようになり、計算を続けると準定常状態に達した。ある連星間距離に対する合計

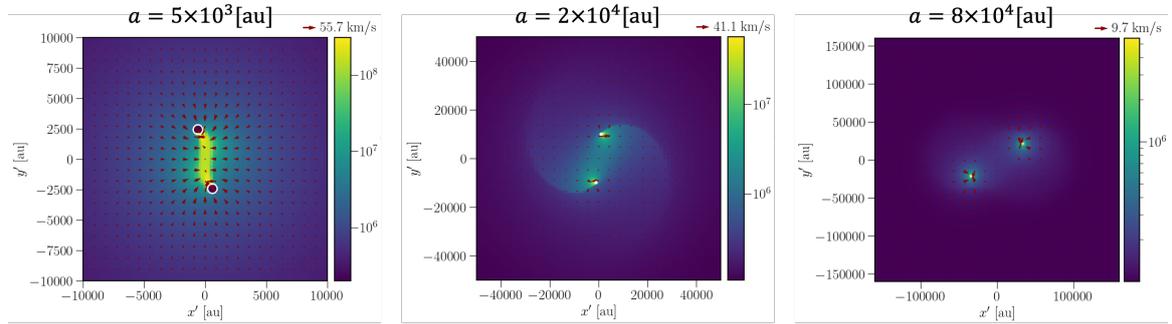


図 5.9: $t \simeq 4.5 \times 10^4 \text{ yr}$ における軌道面での数密度構造. 左から順に連星間距離が $5 \times 10^3 \text{ au}$, $2 \times 10^4 \text{ au}$, $8 \times 10^4 \text{ au}$ の場合に対応する. 白い円で囲まれた領域はシンク粒子を表す.

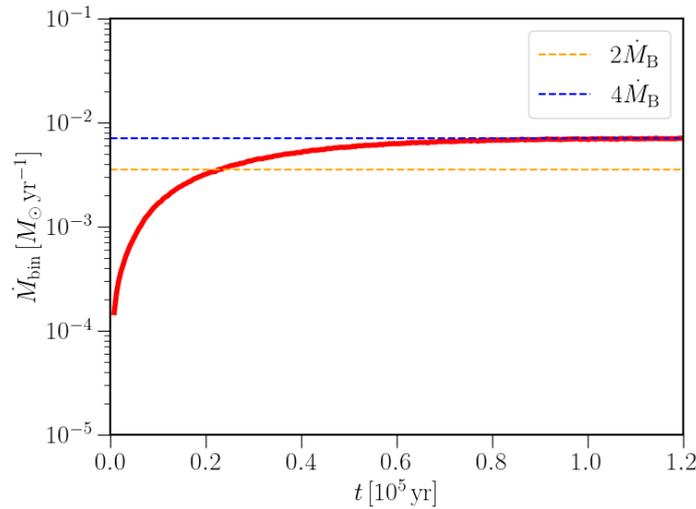


図 5.10: $a=1e4$ の設定について, シンク粒子へのガス降着率を, 2つのシンク粒子に対して合計した値の時間変化. 青色と橙色の横点線はそれぞれ連星への合計降着率がボンディ降着率の 2 倍, 4 倍を表す.

降着率の値は, 準定常状態が実現している 10^5 yr から 10^4 年間の平均を取ったものとした. これをもとに, 各シンク粒子への降着率の合計値をパラメータ \mathcal{R} の関数として表したものが図 5.11 である. 図を見るとわかる通り, 連星間距離がボンディ半径よりも十分大きいときは降着率の合計値がボンディ降着率の 2 倍程度に近づいていくことがわかった. また, 連星間距離がボンディ半径程度になると, 降着率の合計値はボンディ降着率の 4 倍になることがわかった.

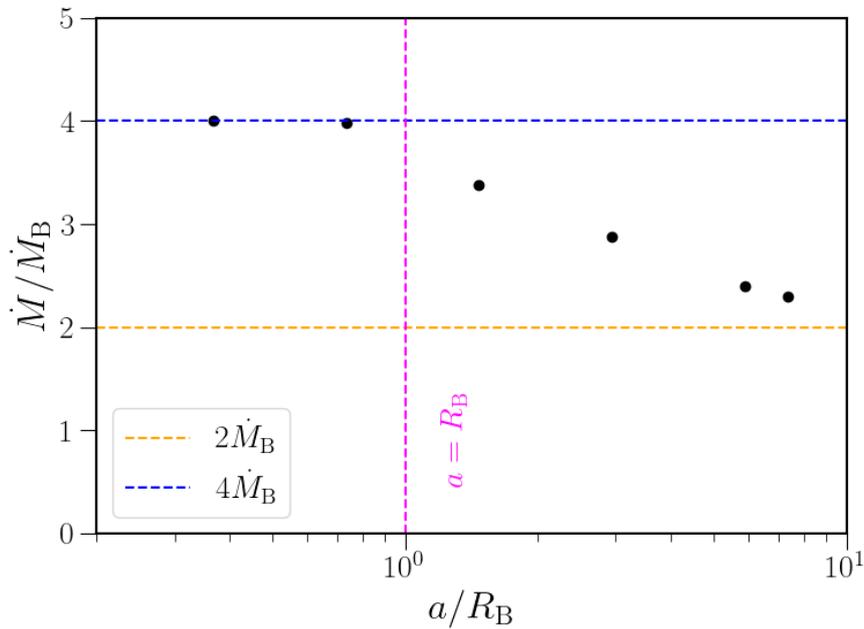


図 5.11: シンク粒子へのガス降着率を, 2つのシンク粒子に対して合計した値. 縦軸は単独の BH に対するボンディ降着率で規格化しており, 横軸はパラメータ $\mathcal{R} = a/R_B$ である. 橙色と青色の横破線はボンディ降着率の 2 倍, 4 倍を表す. また, マゼンタの縦点線は, 連星間距離がボンディ半径と等しくなる位置を表す. 各々のデータ点は $t = 10^5$ yr から 10^4 年間の平均値をとっている.

この結果は以下のように解釈することができる. まず, ボンディ降着率は 3.2 節で述べたとおり, 重力源質量の 2 乗に比例して大きくなる. 連星間距離がボンディ半径に比べて十分離れている場合, 降ってくるガスは各々の重力源への球対称ガス降着と同様の描像となり, 各種 BH への降着率はボンディ降着率に一致する. よって降着率の合計値はボンディ降着率の 2 倍になる. 逆に, 連星間距離が十分に近づくと, 降ってくるガスは中心に質量が 2 倍の単独重力源が存在すると見なして流れるため, 降着率の合計値はボンディ降着率の $2^2 = 4$ 倍となる.

以上の結果はガスの数密度, 速度構造とも対応している. 連星間距離が小さいとき, ガス降着率は中心に 2 倍質量の重力源があると仮定したときの降着率に等しくなる. つまり, ガス降着は各々の種 BH ではなく, 中心に向かう寄与の方が支配的になるため, 動径速度が大きくなりやすいのである. その結果, ガスの落下速度は超音速的になり, 連星間に衝撃波が発生して橋のような高密度領域が形成されたと解釈することができる.

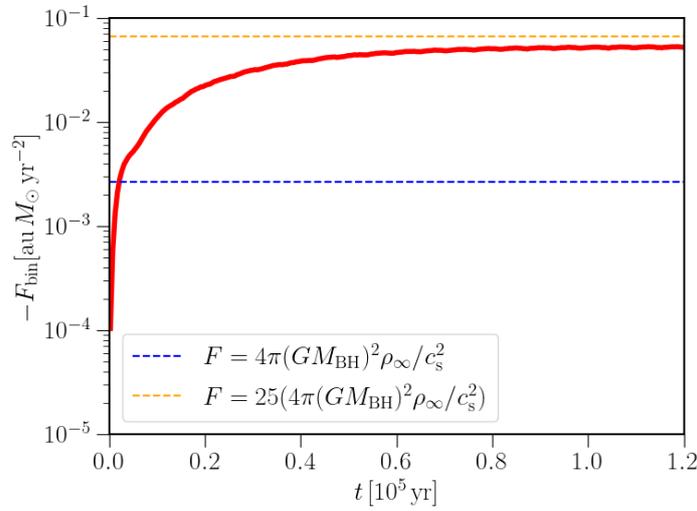


図 5.12: $a1e4$ の設定について、種 BH がガスから受ける力学的摩擦を、2 つの種 BH に対して合計した値の時間変化. 青色と橙色の横点線はそれぞれ力学的摩擦の合計値が $F_B = 4\pi(GM_{\text{BH}})^2 \rho_\infty / c_s^2$ と一致する場合と、25 倍になる場合を示している. なお、実際の力学的摩擦は負の値になるが、図では実際の値にマイナスをかけたものをプロットしている.

力学的摩擦

次に、各種 BH が受ける力学的摩擦の合計値について解析を行った. 力学的摩擦の時間変化は図 5.12 のようになり、降着率と同様に計算を続けると準定常状態に達した. ある連星間距離に対する合計力学的摩擦の値を、準定常状態実現後 10^4 yr 間の平均を取ったものとした. これをもとに、各々の種 BH が受ける力学的摩擦の合計値をパラメータ \mathcal{R} の関数として表したのが図 5.13 である. 図からわかる通り、力学的摩擦の値はいずれの場合も負の値になっている. すなわち、各種 BH には摩擦がかかり、連星間距離が縮んでいくと推定される.

摩擦の大きさについては、 $\mathcal{R} = 1$ までは、連星間距離がボンディ半径に比べて十分大きい場合には小さく、連星間距離が近づくにつれてその値が大きくなっている. この理由は、ガスの密度構造と対応付けて考えることができる. 連星が離れている場合の降着は球対称的であり、ガス構造に非対称性があまり見られない. 力学的摩擦は種 BH の運動に対するガス構造の非対称性に起因するので、球対称的な降着が支配的になっている場面では摩擦はかかりにくい. 連星が近づくにつれて相互作用が効いてきてガス降着が非球対称

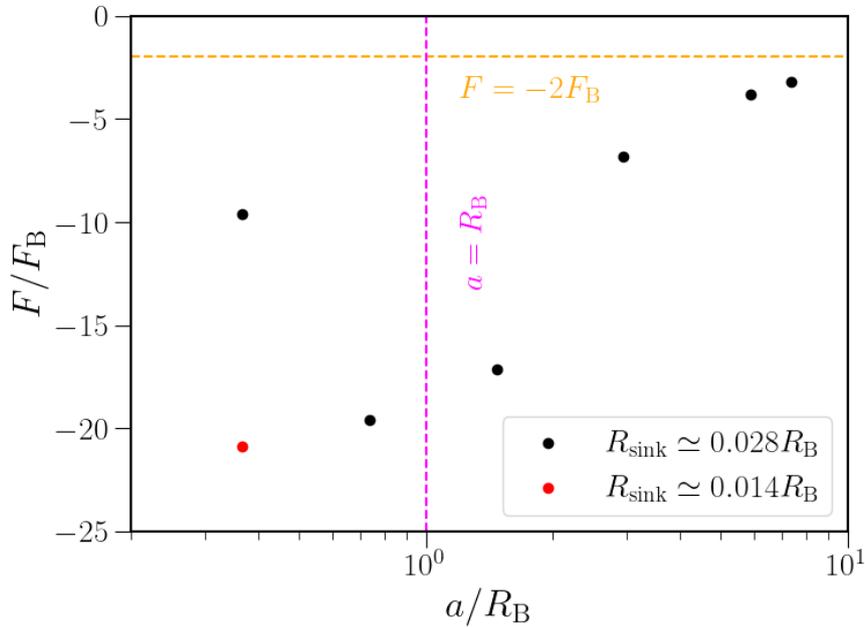


図 5.13: 種 BH がガスから受ける力学的摩擦を、2つの種 BH に対して合計した値. 縦軸は $F_B = 4\pi(GM_{\text{BH}})^2\rho_\infty/c_s^2$ で規格化された力学的摩擦を表し、横軸はパラメータ $\mathcal{R} = a/R_B$ である. 橙色の横破線は F_B の 2 倍を表す. また、マゼンタの縦破線は、連星間距離がボンディ半径と等しくなる位置を表す. 図中に示された黒丸は、シンク粒子の半径が $R_{\text{sink}} \simeq 0.028R_B$ の場合で得られた値であり、赤丸はシンク半径をそれより小さくした $R_{\text{sink}} \simeq 0.014R_B$ の場合で得られた値である. 各々のデータ点は $t = 10^5$ yr から 10^4 年間の平均値をとっている.

的になり、それに伴ってガス構造にも非対称性が現れてくるため、摩擦が大きくなるのである.

ただし、図 5.13 で $\mathcal{R} \leq 1$ の点、すなわち一番左側の点では力学的摩擦の値が小さくなり、丁度 $\mathcal{R} = 1$ 付近でピークをもつことが示唆される. しかし、この振る舞いが本当に物理的なものなのか、数値的なものなのかはこの段階では判断できない. この点に対応するスナップショットは、図 5.9 の一番左の図であり、これよりシンク粒子付近の密度構造を十分解像できていない可能性が残る. このような懸念もあり、a5e3 の計算でより解像度を上げるとともに、シンク粒子の半径を半分にして力学的摩擦の大きさを評価した結果、図 5.13 に示した通り、摩擦の絶対値が大きくなることがわかった. よって、力学的摩擦の値には解像度依存性があることがわかったので、実際に種 BH にはたらく値につい

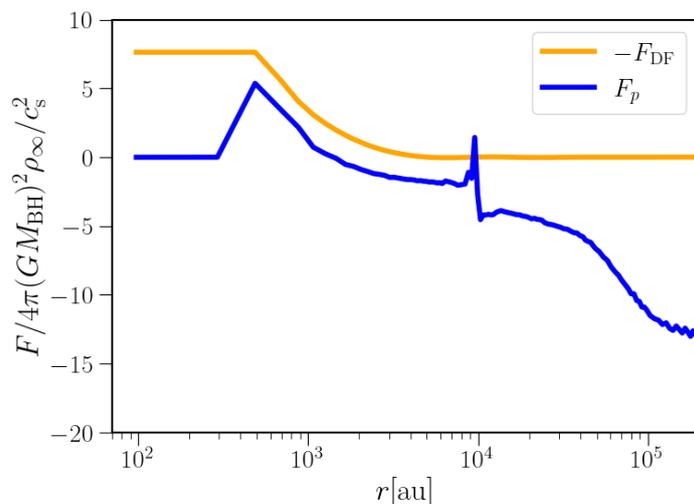


図 5.14: 基準計算 a1e4 で, $t = 4.5 \times 10^4$ yr における力学的摩擦と運動量フラックスの距離依存性. 2 つ存在するシンク粒子のうち一方の値のみを示している. 橙色がある半径よりも外側の領域に存在するガスからシンク粒子に及ぼされる力学的摩擦の値にマイナスをかけたもの, 青色がある半径での運動量フラックスを表す. いずれの値も, $F_B = 4\pi(GM_{\text{BH}})^2 \rho_\infty / c_s^2$ で規格化されている.

での推定を行わなければならない. これについて調べるために, 新たな計算と解析を行ったので, 以下で議論する.

5.3.3 力学的摩擦の解像度依存性と運動量フラックスの寄与

本計算では力学的摩擦の大きさを \mathcal{R} の関数として表す際, 最小グリッドサイズとシンク粒子の半径は各設定で同じにした. そしてその値の評価は, シンク粒子が計算領域内すべてのガスから受ける重力の合計値を 10^4 yr にわたって平均したものをを用いた. ここでは, ある時刻における力学的摩擦の大きさの積分値をシンク粒子からの距離の関数として表す. 図 5.14 には基準計算 a1e4 の場合の結果を示した. 図 5.14 の橙色のプロットは, 2 つあるシンク粒子のうち的一方を中心とし, 計算領域のサイズに等しい半径をもつ球を考えたときに, この球内に入っているガスで半径 r よりも外側に存在するものがシンク粒子に及ぼす力学的摩擦にマイナスをかけたものを表している. すなわち, このプロットは計

算で出力された密度の値を用いて、

$$F_{\text{DF}}(r) = \left(\int_{r \leq r' \leq R_{\text{box}}} \frac{GM_{\text{BH}} \rho(r') dV' r'}{r'^2} \right) \cdot \frac{v_{\text{BH}}}{v_{\text{BH}}} \quad (5.5)$$

をポストプロセス的に求めており、このプロットにおけるシンク粒子の位置での $-F_{\text{DF}}$ の値が実際にシンク粒子に及ぼされる力学的摩擦の大きさを表す。プロットは半径が小さい箇所で一定となっているが、この領域はシンク粒子の内部に対応している。この図より、今の計算の範囲内ではシンク粒子からの距離が小さくなるほど力学的摩擦が大きくなり、その値が発散することが示唆されており、実際の値を議論することはできない。このような力学的摩擦の発散性はボンディ解のプロファイルからも示唆される。ボンディ半径よりも十分内側で密度プロファイルが $\rho \propto r^{-3/2}$ となることから、(5.5) を用いると $F_{\text{DF}} \propto r^{-1/2}$ となり、シンク粒子に近づくとともに大きくなると推定される。我々は、軌道進化の時間スケールについて議論したいので、シュバルツシルト半径をもつ BH が実際に受ける力学的摩擦の値を知らなければならない。ボンディ半径からシュバルツシルト半径までを統一的に計算することは計算コストの観点から現実的でないが、シンク粒子の大きさをできるだけ小さくしたときの力学的摩擦の値を評価し、それよりも中心側の値を外挿できるように調べておく必要はある。

また、今の計算ではガスの降着過程を考えているため、シンク粒子の運動量変化はガスによる摩擦だけでなく、降着するガスが持ち込む運動量を受け取ることによって起こり得る。シンク粒子に働く実効的な摩擦はこの2つの量の和であるべきなので、軌道進化を議論するには降着ガスによって与えられる運動量も考慮しなければならない。

これらの理由から、上で示した結果に加えてより高解像度の計算を行い、力学的摩擦と運動量フラックスの距離依存性について調べた。ただし、連星の設定で高解像度の計算をするにはコストがかかるため、まずは単独のシンク粒子が等速直線運動している場合を考えた。今の場合、距離 r における運動量フラックス F_p は、半径 r の球面を内向きに単位時間あたりに貫く運動量のうち、シンク粒子の速度ベクトルと平行な向きのものをとるのが適当である。すなわち、

$$F_p = \left[\int_{x^2+y^2+z^2=r^2} d\mathbf{S} \cdot (\rho \mathbf{v}) \mathbf{v} \right] \cdot \frac{v_{\text{BH}}}{|v_{\text{BH}}|} \quad (5.6)$$

である。

具体的な設定として、種 BH 質量や初期温度、密度はすべて連星の場合の基準計算と同様にした。また、等速直線運動の速度についても、連星計算のケプラー速度と同じ値を用いている。計算領域のサイズは 10^5 au、ベースグリッドの数は 128^3 としており、AMR

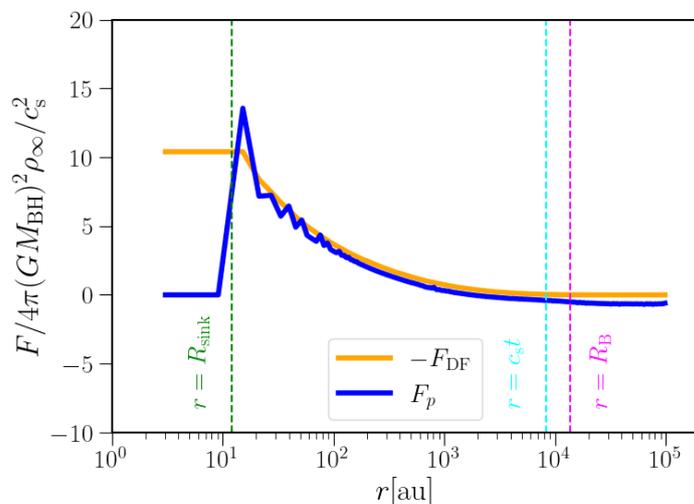


図 5.15: 等速直線運動する単独種 BH が受ける力の高解像度計算. プロットの中身は図 5.14 と同様. 種 BH の質量や初期温度, 密度の設定は連星の場合の基準計算 a1e4 と同様であり, 種 BH の速度は a1e4 のケプラー速度と等しくなるように設定している. 図は時刻 4.9×10^3 yr の結果を示す. 図中に描かれた破線は各スケールを表しており, 緑色がシンク半径, シアンが図の時刻にまでに音速が伝わる距離, マゼンタがボンディ半径を表す.

の最大ネストレベルを 8 とした. そして, シンク粒子の半径を最小グリッドサイズの 2 倍にとった. すなわち, $R_{\text{sink}} \simeq 12$ au である. 計算はボンディ半径の内側領域が準定常状態になるまで行った. よって, ボンディ半径より外側の計算領域に関してはここでは議論しない.

図 5.15 に, 時刻 4.9×10^3 yr における結果を示した. ボンディ半径より十分内側では, 力学的摩擦の絶対値と運動量フラックスの差がほぼ一定の値になっており, この 2 つの値の和に関しては収束性が見られた (ただし, シンク粒子の近傍では解像度があまり良くなかったために運動量フラックスの値が非物理的な振る舞いをしている). すなわち, 実効的な摩擦の値を考えると, ボンディ半径より十分内側での発散性を重大に捉える必要はない可能性が示唆された. なお, 図 5.14 にも同様に運動量フラックスのプロファイルを青線で示しており, ボンディ半径より内側に関しては単独種 BH の場合と大差ないことがわかる.

力学的摩擦と運動量フラックスの差が定常状態においてほぼ一定になっていることは, ガスとシンク粒子との運動量の授受を考えると理解することができる. 図 5.16 のように, シンク粒子を中心とする半径 r_{in} , r_{out} の同心球を設定し, これらの間に存在する領域 V

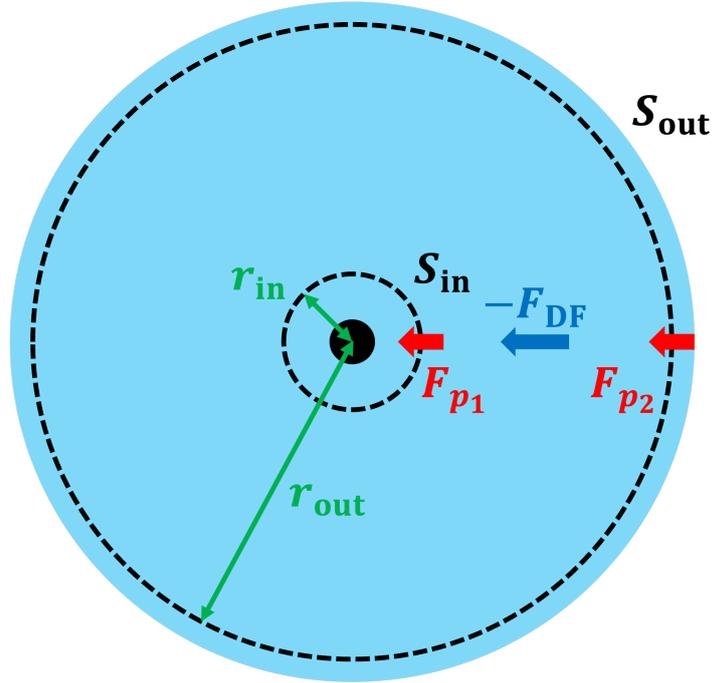


図 5.16: シンク粒子にはたらく正味の摩擦が距離に依らないことを理解するための概念図. シンク粒子を中心とする半径 r_{in} , r_{out} の同心球で囲まれた領域を V とし, その内部境界を S_{in} , 外部境界を S_{out} とする. 領域 V の運動量変化は, 内部境界からの流出 $\mathbf{F}_{p,in}$ と 外部境界からの流入 $\mathbf{F}_{p,out}$, 更にシンク粒子にかかる力学的摩擦の反作用 $-\mathbf{F}_{DF}$ によって引き起こされる.

での運動量 \mathbf{p} について考える. 領域 V の内部境界を S_{in} , 外部境界を S_{out} とし, 法線ベクトルは面に対して外向きを正の向きとする. シンク粒子のガスが降着する過程を考えたとき, 領域 V の運動量変化は, 内部境界からの流出 $\mathbf{F}_{p,in}$ と外部境界からの流入 $\mathbf{F}_{p,out}$, 更にシンク粒子にかかる力学的摩擦の反作用 $-\mathbf{F}_{DF}$ によって引き起こされる. それぞれ,

$$\mathbf{F}_{p,in} = \oint_{S_{in}} (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) \cdot d\mathbf{S} \quad (5.7)$$

$$\mathbf{F}_{p,out} = \oint_{S_{out}} (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) \cdot d\mathbf{S} \quad (5.8)$$

$$\mathbf{F}_{DF} = \int_{r_{in}}^{r_{out}} \frac{\rho G M_{BH}}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} dV \quad (5.9)$$

と書けるので, 運動量変化は以下のように表される.

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -\mathbf{F}_{p,in} + \mathbf{F}_{p,out} - \mathbf{F}_{DF}. \quad (5.10)$$

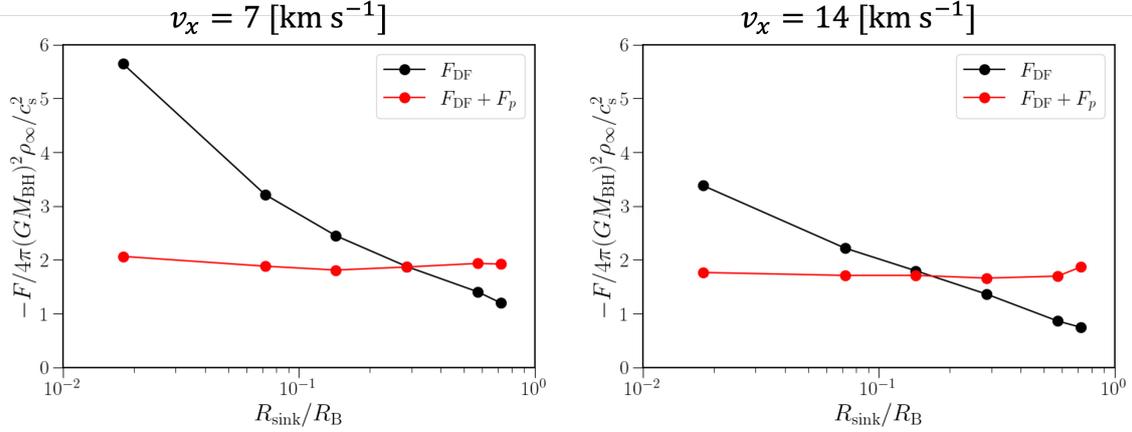


図 5.17: 力学的摩擦（黒点），正味の摩擦力（赤点）のシンク半径依存性．縦軸は得られた摩擦の値にマイナスをかけて F_B で規格化したものであり，横軸はボンディ半径で規格化したシンク半径を表す．左が $v_{\text{BH}} = -7 \text{ km/s}$ ，右が $v_{\text{BH}} = -14 \text{ km/s}$ の場合に対応する．摩擦力の値は $t \simeq 1 \times 10^5 \text{ yr}$ における値を用いている．

定常状態においては左辺の時間微分がゼロとなるため，

$$-\mathbf{F}_{p,\text{in}} + \mathbf{F}_{p,\text{out}} - \mathbf{F}_{\text{DF}} = 0 \quad (5.11)$$

が成り立つ．これを用いると，シンク粒子に及ぼされる正味の摩擦は，

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{net}} &:= \mathbf{F}_{p,\text{in}} + \mathbf{F}_{\text{DF}} \\ &= \mathbf{F}_{p,\text{out}} \end{aligned} \quad (5.12)$$

となる．すなわち，定常状態においてシンク粒子が受ける正味の摩擦は外部境界からの運動量流入のみによっているため，外部境界の位置を定めるとシンク粒子の位置によってその値が変わることはない．

以下，ここまでで示唆されたことを前提として，シンク半径を変えたときにシンク粒子にかかる実効的な摩擦の値について評価する．ここまでは連星の計算と同様の速度で動く単独シンク粒子について見てきたが，ここからは亜音速，超音速で動くシンク粒子を 1 パターンずつ考える．具体的には， $v_{\text{BH}} = -7, -14 \text{ km/s}$ のシンク粒子を扱う．

各々の場合について，準定常状態実現後の $t \simeq 1 \times 10^5 \text{ yr}$ における力学的摩擦，正味の摩擦の値を示したものが図 5.17 である．各シンク半径での摩擦の評価については，シンク半径より外側かつ 2 番目に近いグリッドにおける値を用いた．これは，シンクに最も近いグリッドの値を用いてしまうとシンク付近の解像度が低いことによって非物理的な影

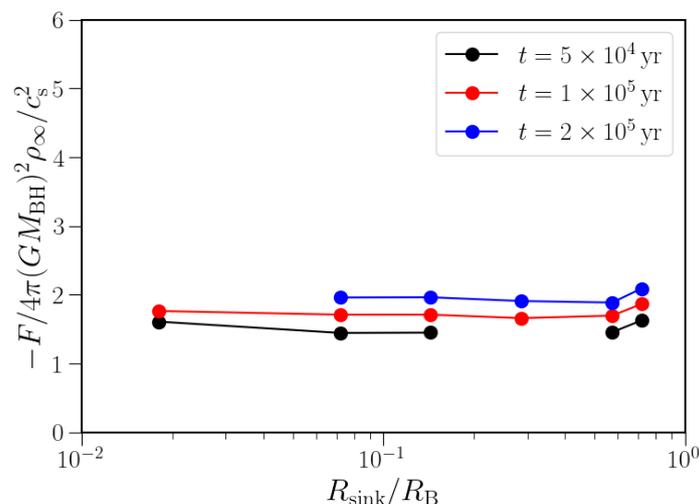


図 5.18: $v_{\text{BH}} = -14 \text{ km/s}$ の場合における正味の摩擦のシンク半径依存性に関する時間発展。縦軸と横軸の意味は図 5.17 と同じ。黒点、赤点、青点の順に時刻が $5 \times 10^4 \text{ yr}$, $1 \times 10^5 \text{ yr}$, $2 \times 10^5 \text{ yr}$ の場合を表す。一番左の点と左から 4 番目の点では 1 つデータが足りないが、これは出力の都合上データが得られなかったことによるものであり、物理的なものではない。

響が見られるためである。先述の通り、あるシンク半径に対して、正味の摩擦の大きさは定常状態を考える限りシンク粒子からの距離に依らず一定であるためこのような方策を採用しても問題はない。上で述べた通り、力学的摩擦はシンク半径が小さくなるほど大きくなるが、正味の摩擦はシンク半径によらずほぼ一定値をとることがわかった。その値は亜音速、超音速の場合で大差なく、 $F_{\text{net}} \simeq 2F_B$ である。また、図 5.18 に、シンク半径を変えた場合の摩擦の値に関する時間発展の様子を示した。これより、どのシンク半径をとっても正味の摩擦、力学的摩擦はともに時間とともに増加することがわかった。また、あるシンク半径についてより詳しく時間発展の様子を示したものが図 5.19 である。この図から、正味の摩擦の値は時間について対数的に増加していき、最終的にはほぼ一定値となることがわかった。この時間発展は、図 5.20 に示した通り、重力源による影響域が徐々に広がっていくことに対応している。本来はガスが存在する限り影響域は際限なく広がり、それに応じて摩擦の大きさも増大すると考えられるが、今は計算領域のサイズによってその広がりが制限されているため、やがては一定値に落ち着くのである。

その後、種 BH の初期速度を $v_{\text{BH}} = -10, -18 \text{ km/s}$ としたときの計算も行い、正味の摩擦のマッハ数依存性を調べた。その結果を図 5.21 に示す。図に示された曲線は 4.2 節で

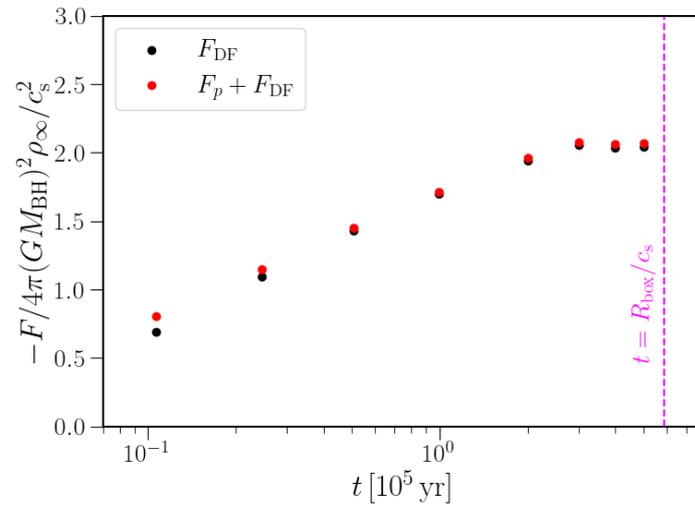


図 5.19: $v_{\text{BH}} = -14 \text{ km/s}$, $R_{\text{sink}} \simeq 2 \times 10^4 \text{ au}$ の場合における正味の摩擦の時間発展. 縦軸の意味は図 5.17 と同じであり, 横軸は時間である. 図の赤点が正味の摩擦, 黒点が力学的摩擦を表す. マゼンタで示した縦破線は計算領域を音速で通過するのにかかる時間の目安である.

導入したオストライカーの公式において, $t = 1.0 \times 10^5 \text{ yr}$, $r_{\text{min}}/R_{\text{B}} = 2, 1, 1/2, 1/4, 1/8$ を代入したものである. 図より, マッハ数が大きいときの正味の摩擦は $r_{\text{min}} = R_{\text{B}}/8$ なるオストライカー公式とよく一致するものの, 亜音速の場合には過小評価されていることがわかった.

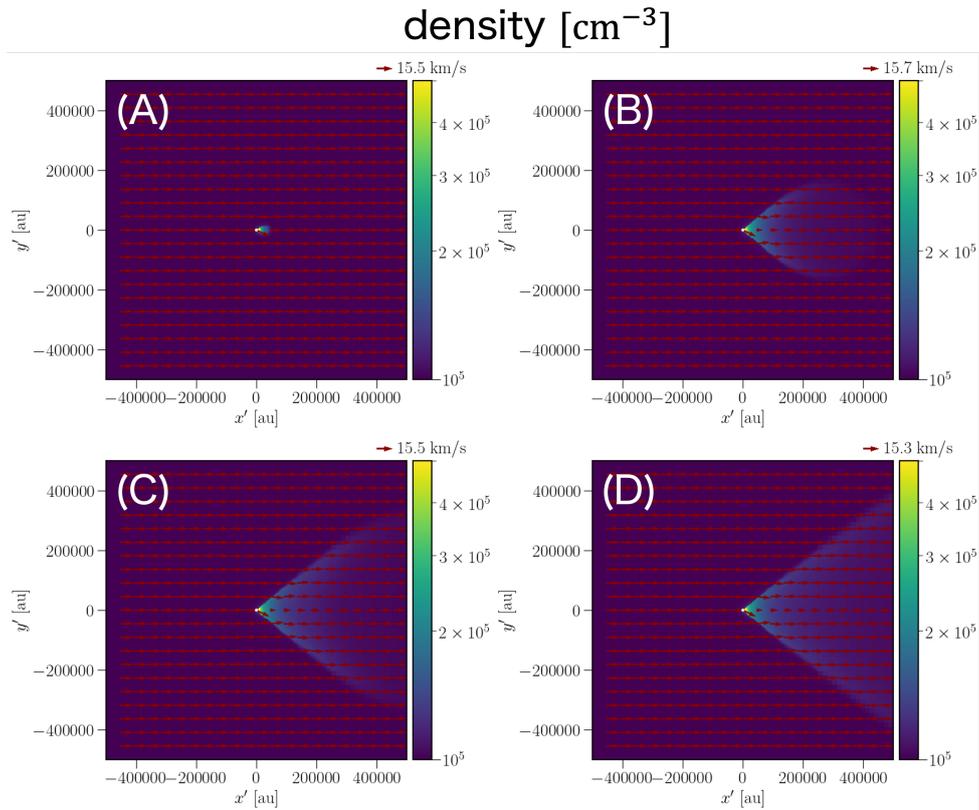


図 5.20: $v_{\text{BH}} = -14 \text{ km/s}$, $R_{\text{sink}} \simeq 2 \times 10^4 \text{ au}$ の場合におけるガス密度構造の時間発展. 実際の計算領域の半分のサイズを描画している. アルファベット順に時間の流れを表しており, (A) $1.1 \times 10^4 \text{ yr}$, (B) $1.0 \times 10^5 \text{ yr}$, (C) $2.0 \times 10^4 \text{ yr}$, (D) $5.0 \times 10^5 \text{ yr}$ に対応する.

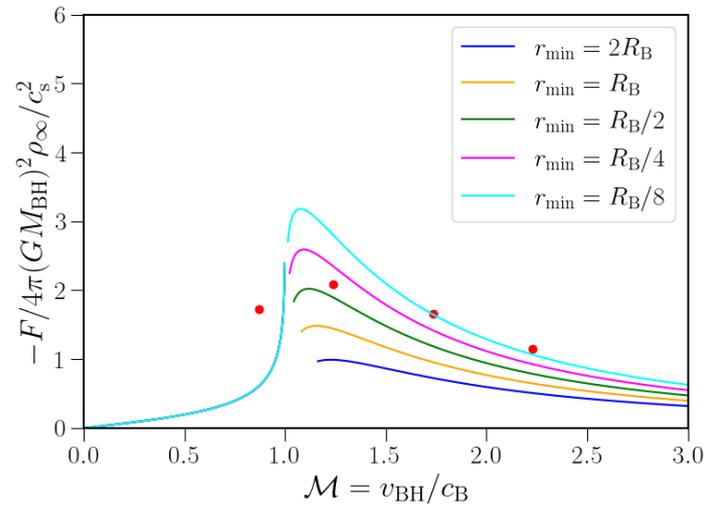


図 5.21: $R_{\text{sink}} \simeq 2 \times 10^4 \text{ au}$, $t \simeq 1 \times 10^5 \text{ yr}$ における正味の摩擦のマッハ数依存性. 各曲線は 4.2 節で導入したオストライカー公式において, r_{min} の値をボンディ半径の 2, 1, 1/2, 1/4, 1/8 にとったもの. 亜音速側では r_{min} に依存しないため,重なっていることに注意.

表 5.2: 計算設定 (改)

名前	輻射	$a[\text{au}]$	$M_{\text{BH}}[M_{\odot}]$	$n_{\infty}[\text{cm}^{-3}]$	$R_{\text{box}}[\text{au}]$	L_{max}
a1e4	無	1×10^4	10^3	10^5	4×10^5	5
a2e4	無	2×10^4	10^3	10^5	8×10^5	6
a5e3	無	5×10^3	10^3	10^5	2×10^5	4
a4e4	無	4×10^4	10^3	10^5	16×10^5	7
a8e4	無	8×10^4	10^3	10^5	32×10^5	8
a1e5	無	1×10^5	10^3	10^5	40×10^5	9

5.3.4 輻射なし連星計算における正味の摩擦

ここまでの議論から、シンク粒子を減速、または加速させる力の値はシンク半径に依らず一定であることがわかった。この結論を用いれば、連星の設定でシンク粒子にかかる正味の力の値を正確に評価することができる。以下では、5.3.2節で得られた結果を用いて、連星にかかる正味の摩擦を計算する。ただし、5.3.2節の設定をそのまま用いると、シンク粒子付近の解像度が悪く、運動量フラックスの値が正確に評価できないことがわかったので、シンク粒子付近の解像度を上げた計算を行ったうえで再解析した。具体的には、各計算でシンク半径を最小グリッドサイズの4倍となるようにとり、最小グリッドサイズはどの計算でも同じになるよう設定した。また、計算領域のサイズが連星間距離の40倍となるように固定し、最小グリッドのサイズを揃えるために、最大 nest レベルを適宜変更した。具体的な値に関しては、表 5.2 にまとめられている。

まず、片方の種 BH にかかる正味の摩擦の値を、各連星間距離とそれに対応する軌道速度の関数として表したものがそれぞれ図 5.22, 5.23 である。プロットされた値は、シンク半径の外側でかつ最も近いグリッドの値である。この図から、連星間距離が遠いときは摩擦の大きさがほぼゼロとなる一方、距離が近づくと摩擦が大きくなり、 $F \simeq (2-3)F_{\text{B}}$ 程度に落ち着くことがわかった。連星同士が離れている場合、5.3.2節でも述べた通り、各種 BH への降着がそれぞれ球対称的になるため、摩擦が発生しにくくなっていると解釈することができる。連星同士が近づくと、非対称な構造が現れるとともに有意な摩擦がはたらき、軌道進化が促進される。また、図から正味の摩擦の値が 5.3.2節でも提示した力学的摩擦の値に比べて全体的に小さくなっている様子がわかる。これは種 BH が自らの運動でガスを掃くことによって形成した高密度領域からトルクを受けて運動量を失うのと同時

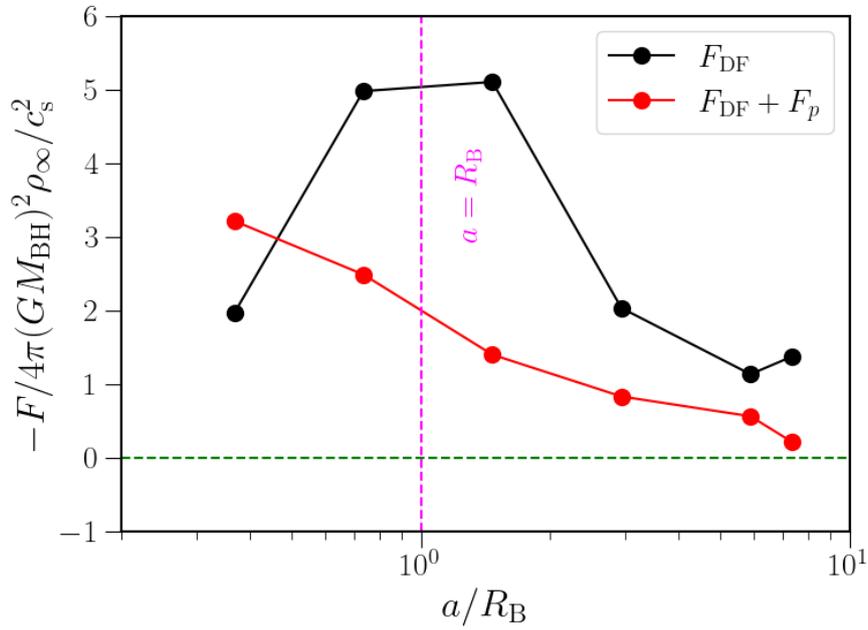


図 5.22: 輻射なし連星計算の場合で, 一方の種 BH にかかる力学的摩擦 (黒点) と正味の摩擦 (赤点) を $R = a/R_B$ の関数として表したもの. $t \simeq 1 \times 10^5$ yr での値を示す. 緑色の横破線は $F = 0$ を表し, マゼンタの縦破線は連星間距離とボンディ半径が等しくなる位置に対応する.

に, ガス降着によって失った分の運動量を一部取り戻すという効果を示唆している. よって, 正味の摩擦はガスの重力のみによる力に比べて小さくなるのである.

以上により, 連星の設定において各種 BH にかかる正味の摩擦を評価することができた. これを用いることで, 軌道進化の時間スケールを求められ, 種 BH の成長について議論することができる. これについては 5.4 節で議論する.

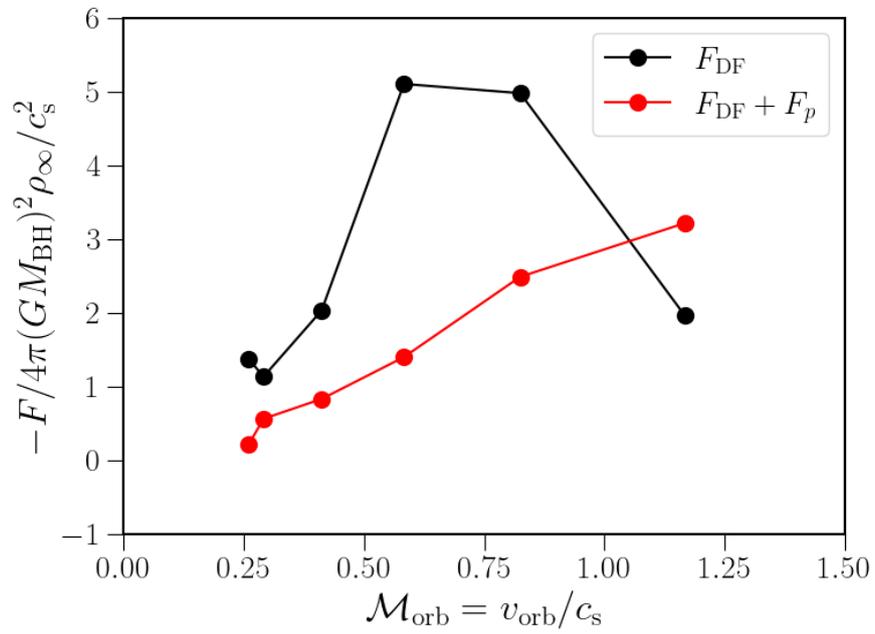


図 5.23: 輻射なし連星計算の場合で、一方の種 BH にかかる力学的摩擦（黒点）と正味の摩擦（赤点）を軌道速度 v_{orb} の関数として表したもの。 $t \simeq 1 \times 10^5 \text{ yr}$ での値を示す。

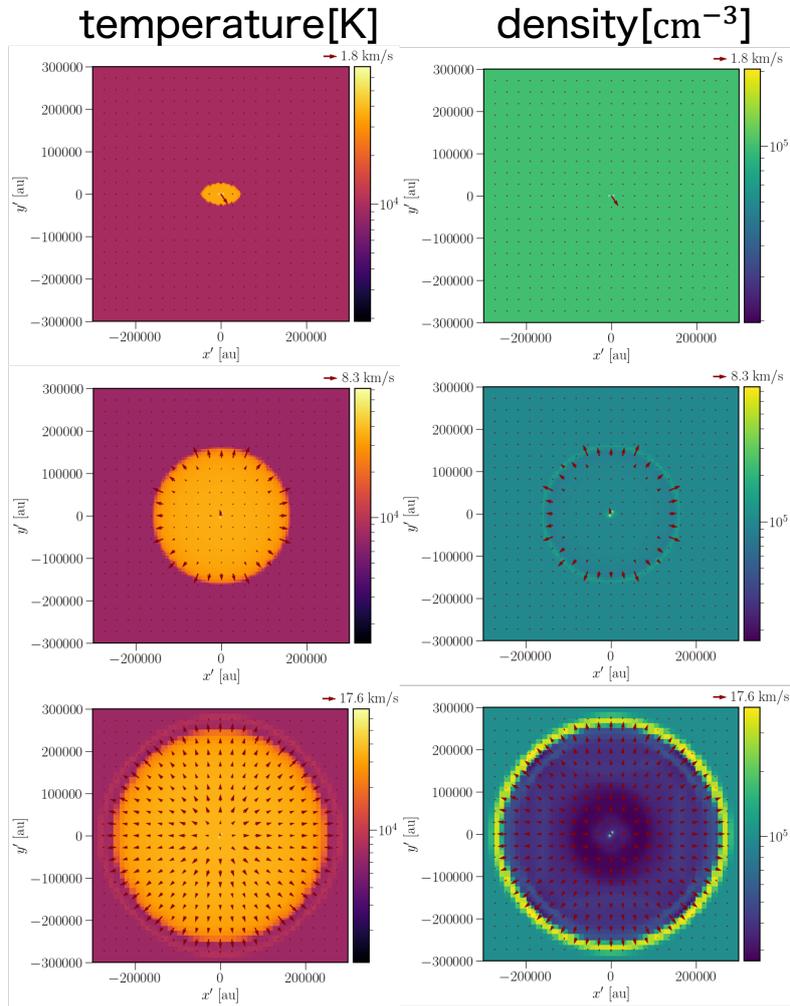


図 5.24: a1e4m3rad 計算でのガスの温度分布 (左) と密度分布 (右) の時間変化. 図の上から下にかけて時間が経過しており, 最上段の時間は 2.3×10^2 yr, 真ん中は 3.7×10^3 yr, 最下段は 3.7×10^4 yr に対応する.

5.3.5 輻射を考慮する場合の連星種 BH 計算

最後に, 輻射フィードバックの影響を考慮した計算の結果について述べる. 5.2 節でも示した通り, 今回は連星間距離とボンディ半径の比 \mathcal{R} は一定にしたまま, 種 BH の質量と初期密度を変えた 2 通りのシミュレーションを行った.

まず, a1e4m3rad におけるガス温度と密度の時間発展を図 5.24 に示した. この計算の設定では, ボンディ半径がストロームグレン半径よりも内側にくる. 図から分かる通り,

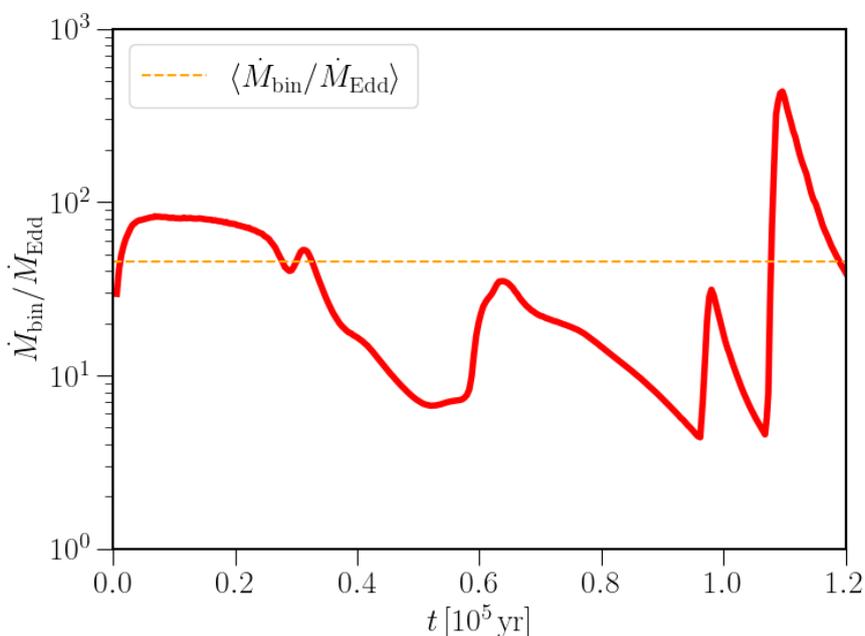


図 5.25: a1e4m3rad 計算でのガス降着率の時間変化. 降着率はエディントン降着率で規格化している. また, 橙横破線は平均降着率を表す.

高温領域が時間とともに広がっていく様子が見られる. この領域は電離領域に対応しており, 最初は各種 BH から出てきているが, やがて 2 つの種 BH からの電離領域が重なり, 楕円体型の電離領域ができる. 最終的にはその形は球状になり, 中心にある 1 つの光源から出た電離領域と同様になる. 高温領域の中は周囲に比べて低密度になっており, その分だけ降着率が低下する. 降着率の時間変化については図 5.25 に示した.

次に, a1e5m4rad におけるガス温度と密度の時間発展を図 5.26 と図 5.27 に示した. この計算の設定では, ボンディ半径はストロームグレン半径の外側にくる. 電離領域の広がり方に関しては, 最初 a1e4m3rad 計算の場合と同じく, 各々の種 BH から出た電離領域が重なって楕円体型になり, その後球状になる. しかし, $t \simeq 2 \times 10^5$ yr で電離領域が収縮し始め, $t \simeq 3 \times 10^5$ yr では電離領域は種 BH の近傍のみに留まっている. このときの降着率を図 5.28 から見ると, 電離領域が潰れるタイミングで降着率が一気に上昇している様子が見られる. これは, 3.5 節で示した Inayoshi et al. (2016) でも見られている傾向である. 今の計算では高密度かつ種 BH の質量が重い場合の計算を行なっているので, ボンディ半径が電離領域よりも外側に来ている. これにより, 電離領域が広がることができずに, 外から降ってくるガスに押し潰され, このときに降着率も上昇するのである.

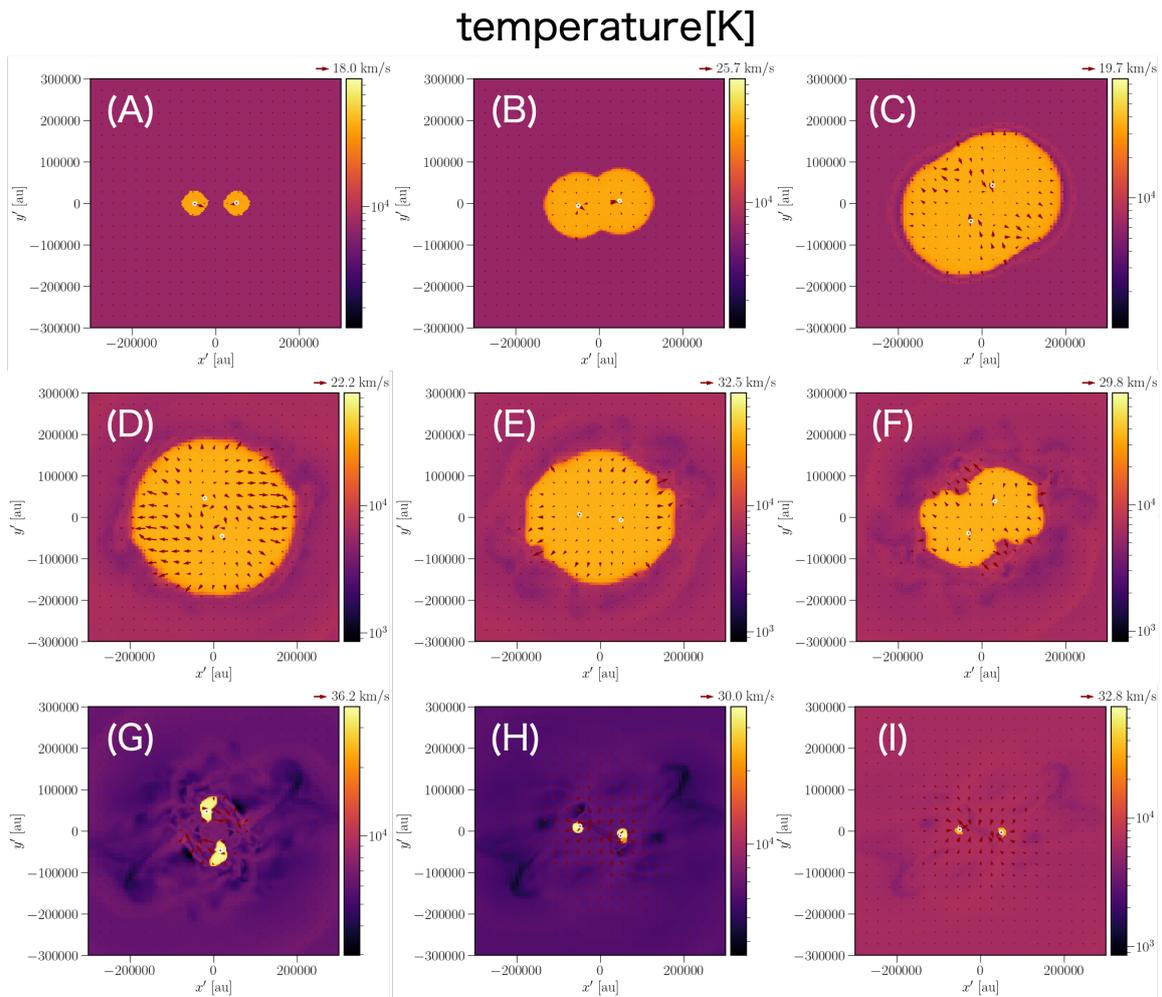


図 5.26: $a1e5m4rad$ 計算でのガス温度分布の時間変化. 図中に示された (A)~(I) はこの順番に時間発展を表しており, (A) 5.6×10^2 yr, (B) 4.0×10^3 yr, (C) 3.7×10^4 yr, (D) 1.8×10^5 yr, (E) 2.2×10^5 yr, (F) 2.6×10^5 yr, (G) 2.9×10^5 yr, (H) 3.2×10^5 yr, (I) 3.3×10^5 yr に対応する.

density[cm⁻³]

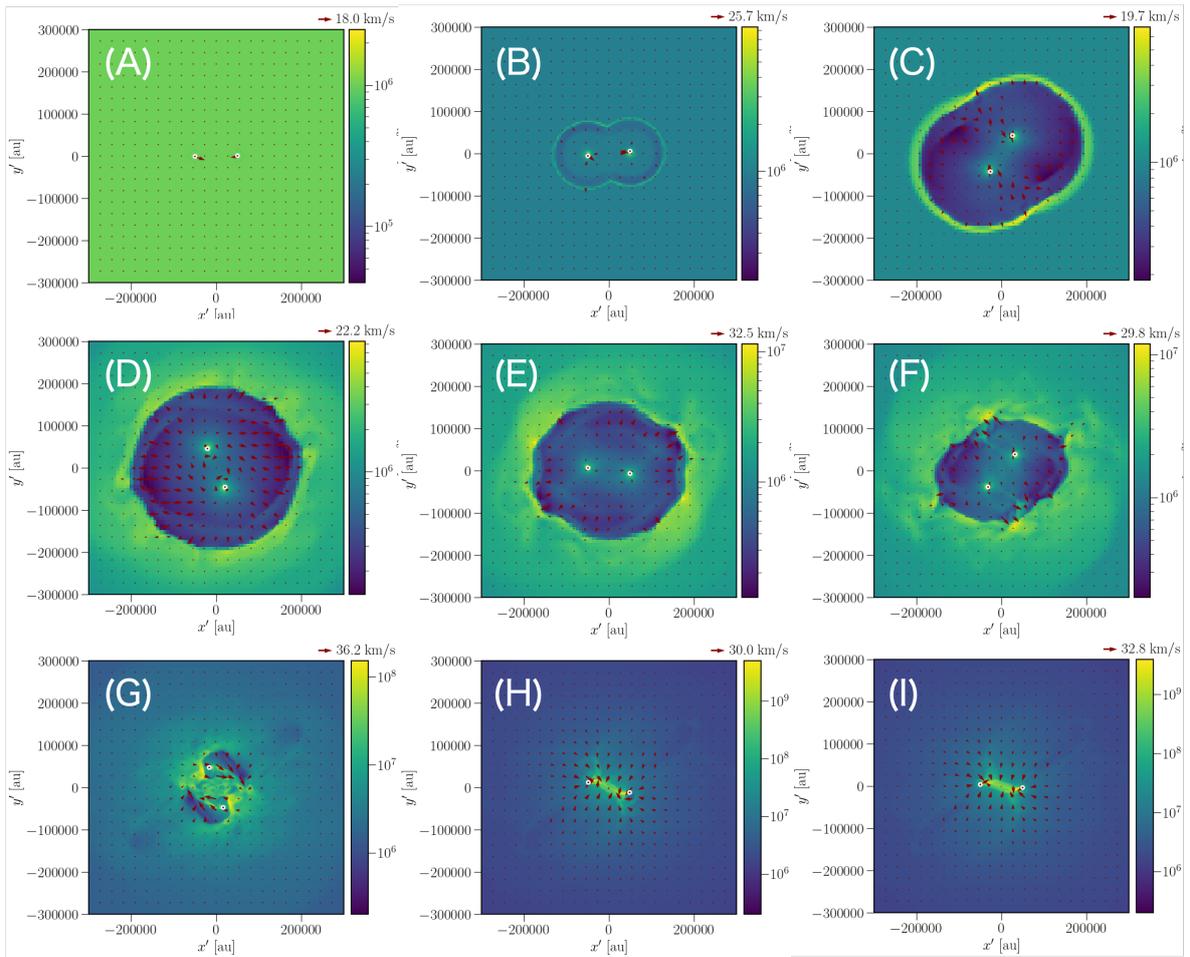


図 5.27: a1e5m4rad 計算でのガス密度分布の時間変化. 図中に示された (A)~(I) はこの順番に時間発展を表しており, それぞれ図 5.26 と同じ時刻である.

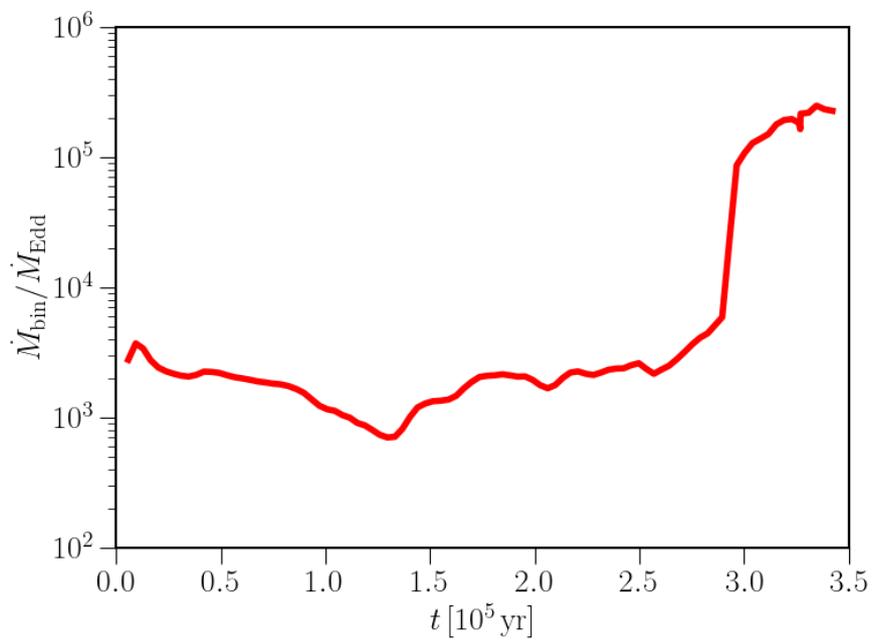


図 5.28: a1e5m4rad 計算でのガス降着率の時間変化. 降着率はエディントン降着率で規格化している.

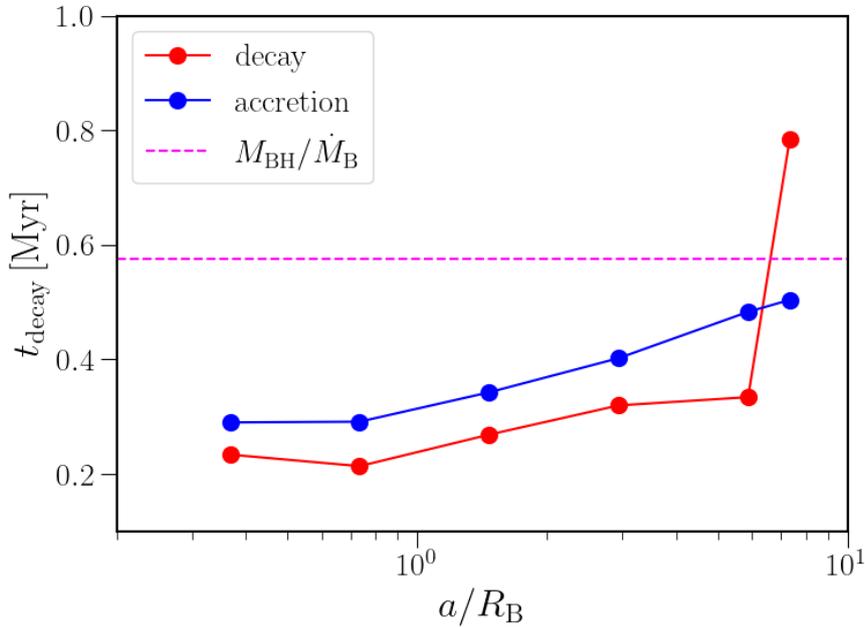


図 5.29: 輻射なし連星計算の場合で、軌道進化の時間スケールを $R = a/R_B$ の関数として表したもの。縦軸の単位は Myr としている。軌道進化の時間スケールは正味の摩擦から計算したトルクと種 BH の角運動量を用いて計算しており、図中の赤点がそれに対応する。すべての点でトルクは軌道が縮まる向きにはたらく。また、青点は 5.3 節で得られた降着率から見積もったガス降着の時間スケールである。マゼンタで描いた横破線は、ボンディ降着率から見積もった降着の時間スケールを示す。

5.4 議論

5.4.1 連星の場合における軌道進化とガス降着の時間スケール

5.3 節において、連星の場合で正味の摩擦の $R = a/R_B$ 依存性について述べた。この結果を利用して、軌道進化の時間スケールと種 BH の成長について議論する。

図 5.22 の縦軸を軌道進化の時間スケールに置き換えたものが図 5.29 である。ここで、軌道進化の時間スケールは、種 BH にかかる正味の摩擦 F_{net} から計算できるトルクを種 BH の角運動量で割ったもので評価した。すなわち、

$$t_{\text{decay}} = \frac{F_{\text{net}} a}{M_{\text{BH}} v_{\text{orb}} a} \quad (5.13)$$

である．ここで， v_{orb} は種 BH の軌道速度とする．この図から，種 BH はいずれの連星間距離においても Myr 程度の時間で軌道進化し，合体することがわかった．また，5.3 節でわかったガス降着率を用いてガス降着の時間スケールについても同時にプロットした．その結果，ガス降着と軌道進化の時間スケールはほぼ同程度となることがわかった．合体するまでにガス降着によって獲得できる質量 M_{get} を見積もると，降着率はボンディ降着率程度，合体までの時間は Myr 程度であるから，

$$M_{\text{get}} \simeq \dot{M}_{\text{B}} \times 1 \text{ Myr} \simeq 1.7 \times 10^3 M_{\odot} \left(\frac{M_{\text{BH}}}{10^3 M_{\odot}} \right)^2 \left(\frac{n_{\infty}}{10^5 \text{ cm}^{-3}} \right) \left(\frac{T_{\infty}}{10^4 \text{ K}} \right)^{-3/2} \quad (5.14)$$

となる．すなわち， $10^3 M_{\odot}$ の種 BH は合体するまでの間に質量が約 3 倍程度まで成長することができ，これらが共に合体して合体後の質量は単独の場合に比べて約 6 倍となる．以上より，輻射を考えない範囲では，種 BH の成長においてガス降着と合体は同程度重要であると結論づけることができる．

5.4.2 輻射ありの場合の軌道進化とガス降着

5.3 節では，輻射フィードバックを考慮した場合の結果についても示した．ボンディ半径がストロームグレン半径よりも外側にくるような設定では，最終的に電離領域が中性ガスによって潰されるとともにガス降着率が急激に上昇し，結局は輻射フィードバックがない場合と同様の構造となった．一方，ボンディ半径がストロームグレン半径の内側にくるような設定では，電離領域が広がるとともに領域内部のガス密度が低下し，ガス降着率も低いままであった．輻射を含めた設定では摩擦の大きさに関して議論しなかったが，これまでの結果を含めて推定することができる．まず，輻射フィードバックが効く場合は，密度低下に伴って摩擦が効きにくくなると考えられる．また，降着率も低下するため，合体による成長，ガス降着による成長がともに阻害されることになる．一方，輻射フィードバックが効かなくなる場合は，輻射を切った計算と同様の結果になるため，合体，ガス降着ともに効いて種 BH が成長しやすくなると考えられる．

第 6 章

まとめと展望

質量が $10^{6-10} M_{\odot}$ といった SMBH が近傍の銀河中心だけでなく、赤方偏移が $z \simeq 6$ といった初期宇宙にも存在することが観測によってわかっており、これらの起源を解き明かすことが銀河の進化を理解するうえで重要である。特に、初期宇宙に存在する SMBH は形成にかけられる時間が短いため、ガス降着によって成長させるにはある段階で超臨界的な降着が必要になり、これが実際に起こり得ることが先行研究によって示唆されている。本研究ではこのような初期宇宙における SMBH の起源解明に向けて、銀河合体等によって種 BH 同士の等質量連星が形成されたとき、その後のガス降着による進化がどのようになるか、そして種 BH に働く力学的摩擦がどのようになるかについて 3 次元流体シミュレーションを用いて調べた。

まず、輻射フィードバックなしの計算を行い、降着率と力学的摩擦をボンディ半径に対する連星間距離 $R = a/R_B$ の関数として調べた。その結果、連星への合計降着率は R が小さくなるとボンディ降着率の 4 倍に近づき、 R が大きくなるとボンディ降着率の 2 倍に近づくことがわかった。この結果は、ボンディ降着率が重力源質量の 2 乗に比例することから、連星間距離が近いときには 2 倍質量の単独重力源への降着、連星間距離が遠いときには単独重力源への降着が 2 ヶ所で起きているとして説明することができた。一方、力学的摩擦の値に関しては、 R が小さくなるにつれて大きくなることがわかった。この結果は、連星間距離が近づくにつれてガス降着の相互作用が強くなり、ガス構造に非対称性が生まれるからに他ならない。

しかし、力学的摩擦の値については計算で用いたシンク粒子の大きさに依存することがわかった。具体的にはシンク粒子の大きさを小さくするとその値がどこまでも大きくなることを示唆された。また、本来ガスによる軌道進化を考えるうえでは実効的な摩擦としてガス降着に伴う運動量輸送についても考慮しなければならないが、5.3 節ではこの効果を

考えなかった。これらについては単独の等速直線運動する重力源を高解像度で解析することにより、運動量フラックスと力学的摩擦の和はボンディ半径の内側で収束することがわかった。よって、力学的摩擦の発散に関してはあまり問題視する必要がなく、逆に運動量フラックスの寄与は無視してはならない。これらをもとにより詳しい解析を行った結果、運動量フラックスと力学的摩擦の和はシンク半径に依らないことがわかった。

以上の結果をもとに、連星の場合に関して正味の摩擦を計算し、軌道進化の時間スケールを見積もると、Myr 程度になることがわかった。これは、先に得られたガス降着率から見積もられるガス降着による時間スケールと同程度であった。よって、連星種 BH の成長を考えるとときには、ガス降着による成長と、軌道進化の結果起こる合体が共に重要になることが示唆された。

今後は、輻射フィードバック入りの計算について更にパラメータ領域を広げ、ガス降着率と力学的摩擦に関して解析を行う予定である。本稿において種 BH 質量とガス密度の 2 つの値に関してのみ計算を行った。この 2 つの計算では、 \mathcal{R} の値を揃えたが、今後はこれら 2 つの設定のもとで \mathcal{R} の値を変えたときの降着率や力学的摩擦の大きさについて調べ、種 BH の成長におけるガス降着と合体の寄与について議論する。

謝辞

修士課程並びに本修士論文執筆において、たいへん多くの方にお世話になりました。まず、指導教員である細川隆史准教授には、僕の指導に多くの時間を割いていただきました。ほぼ毎週の集会では適切な助言、ときには厳しいコメントをいただき、これらに鼓舞されて本修士論文を完成させることができました。ここに感謝いたします。そして、共同研究者である杉村和幸白眉特定助教にもたいへんお世話になりました。毎週の集会だけでなく、任意のタイミングで議論に付き合っていたり、計算コードの使い方を指導していただいたことに加え、研究を進めるうえでの心構えのようなものについてもご教示くださいました。本当にありがとうございました。また、法政大学の松本倫明教授には、計算コードを提供していただき、研究の初期段階で多くの助言をいただきました。感謝いたします。細川氏、杉村氏には本修士論文の原稿をチェックしていただき、説明不足の点や間違っている点、そして構成に関して多くの助言をいただきました。ありがとうございました。

田中貴浩教授には、研究に関する助言だけでなく、研究室運営という観点でもお世話になりました。修士課程2年間を過ごした天体核研究室での研究生活は非常に快適で、伸び伸びと研究並びに修士論文の執筆を進めることができました。感謝いたします。

向山信二教授、井岡邦仁教授、樽家篤史准教授、久徳浩太郎准教授、瀬戸直樹助教をはじめとする天体核研究室、基礎物理学研究所宇宙グループのスタッフの方には、修士課程を通じて講義やゼミ、コロキウムやセミナー等でお世話になりました。また、久徳氏、瀬戸氏には、学振の申請書を書く際に原稿をチェックしていただきました。両氏からの原稿に対する指摘により、申請書の中身だけでなく研究そのものを見直すことができました。本当にありがとうございました。

松木場亮喜氏、木村和貴氏、喜友名正樹氏には、近い分野の先輩として具体的な研究の内容だけでなく、分野全般に関する助言をいただきました。特に、松木場氏には僕の研究の立ち位置を考えるうえで重要なアドバイスをいただきました。また、木村氏、喜友名氏

には主に修士1年次に若手ゼミ等で分野のいろはを教えていただきました。三氏に感謝いたします。

大宮英俊氏、高橋卓弥氏には日々有益な情報を多く教えていただきました。特に大宮氏には思考に詰まったときの息抜きにも付き合ってください、研究生活にメリハリをつけることができました。また、高橋氏とは居室が同じでありましたが、専門外の話も含めて様々な議論に付き合ってくださいました。両氏に感謝いたします。

同期である西浦怜君、笥嵩文君、脇隆浩君には、修士課程を通じて日々様々場面でお世話になりました。特に、西浦君とは折に触れて議論や雑談をしてきましたが、その中で高エネルギー宇宙物理学についての様々な知識や考え方を伝授していただき、宇宙物理学という広い分野の動向を幅広く取り込むことができました。ありがとうございました。

理論秘書室の横田清恵さん、川谷ゆかりさん、土屋貴子さんには学会、研究会の参加手続きや出張手続き、その他にも日々様々な局面でお世話になりました。随所でお三方に的確な助言をいただいたお陰で、様々な事務手続きをスムーズに行うことができ、研究や勉強により多くの時間を費やすことができました。また、横田さんの家に招いていただいた北小松祭では研究室の様々な方々のコミュニケーションをとることができる良い機会になりました。ありがとうございました。

最後に、これまで支えてくれた家族に感謝して本修士論文を閉じたいと思います。実家暮らしの僕は家族の支えのお陰で規則正しく健康な生活を送ることができ、ここまで研究や勉強を進めることができました。特に父と母には、毎日、休日も朝早く出発して遅い時間に帰宅する僕の自宅から最寄り駅までの送迎をしていただきました。片道20分という決して短くない距離ですが、日々車を出していただき本当に感謝しています。また、弟と妹の存在も日々の生活で助けになりました。彼らがいたお陰で自宅ではリラックスして過ごすことができ、その甲斐あって大学では集中して研究に取り組むことができました。本当にありがとうございました。

日本語の参考文献

- 松原隆彦『現代宇宙論-時空と物質の共進化』（東京大学出版，2010年）
- 辻川信二『入門 現代の宇宙論 インフレーションから暗黒エネルギーまで』（講談社，2022年）
- 福江純，和田桂一，梅村雅之『宇宙流体力学の基礎【シリーズ〈宇宙物理学の基礎〉】』（日本評論社，2014年）
- 嶺重慎『ブラックホール天文学【新天文学ライブラリー】』（日本評論社，2016年）
- 福井康雄，犬塚修一郎，大西利和，中井直正，舞原俊憲，水野亮『星間物質と星形成【シリーズ現代の天文学】』（日本評論社，2008年）

参考文献

- Abel, Tom, Peter Anninos, Yu Zhang, and Michael L. Norman (1997) “Modeling primordial gas in numerical cosmology,” *New A*, Vol. 2, No. 3, pp. 181–207, August, DOI: [10.1016/S1384-1076\(97\)00010-9](https://doi.org/10.1016/S1384-1076(97)00010-9).
- Amaro-Seoane, Pau, Heather Audley, Stanislav Babak et al. (2017) “Laser Interferometer Space Antenna,” *arXiv e-prints*, p. arXiv:1702.00786, February.
- Bañados, Eduardo, Bram P. Venemans, Chiara Mazzucchelli et al. (2018) “An 800-million-solar-mass black hole in a significantly neutral Universe at a redshift of 7.5,” *Nature*, Vol. 553, No. 7689, pp. 473–476, January, DOI: [10.1038/nature25180](https://doi.org/10.1038/nature25180).
- Barkana, R. and A. Loeb (2001) “In the beginning: the first sources of light and the reionization of the universe,” *Phys. Rep.*, Vol. 349, No. 2, pp. 125–238, July, DOI: [10.1016/S0370-1573\(01\)00019-9](https://doi.org/10.1016/S0370-1573(01)00019-9).
- Begelman, M. C., R. D. Blandford, and M. J. Rees (1980) “Massive black hole binaries in active galactic nuclei,” *Nature*, Vol. 287, No. 5780, pp. 307–309, September, DOI: [10.1038/287307a0](https://doi.org/10.1038/287307a0).
- Binney, James and Scott Tremaine (2008) *Galactic Dynamics: Second Edition*.
- Bisnovatyi-Kogan, G. S., Ya. M. Kazhdan, A. A. Klypin, A. E. Lutskii, and N. I. Shakura (1979) “Accretion onto a rapidly moving gravitating center,” *Soviet Ast.*, Vol. 23, pp. 201–205, April.
- Bondi, H. (1952) “On spherically symmetrical accretion,” *MNRAS*, Vol. 112, p. 195, January, DOI: [10.1093/mnras/112.2.195](https://doi.org/10.1093/mnras/112.2.195).
- Bromm, Volker and Abraham Loeb (2003) “Formation of the First Supermassive Black Holes,” *ApJ*, Vol. 596, No. 1, pp. 34–46, October, DOI: [10.1086/377529](https://doi.org/10.1086/377529).
- Bryan, Greg L. and Michael L. Norman (1998) “Statistical Properties of X-Ray Clusters: Analytic and Numerical Comparisons,” *ApJ*, Vol. 495, No. 1, pp. 80–99,

- March, DOI: [10.1086/305262](https://doi.org/10.1086/305262).
- Chandrasekhar, S. (1943) “Dynamical Friction. I. General Considerations: the Coefficient of Dynamical Friction.,” *ApJ*, Vol. 97, p. 255, March, DOI: [10.1086/144517](https://doi.org/10.1086/144517).
- del Valle, Luciano and Marta Volonteri (2018) “The effect of AGN feedback on the migration time-scale of supermassive black holes binaries,” *MNRAS*, Vol. 480, No. 1, pp. 439–450, October, DOI: [10.1093/mnras/sty1815](https://doi.org/10.1093/mnras/sty1815).
- Edgar, Richard (2004) “A review of Bondi-Hoyle-Lyttleton accretion,” *New A Rev.*, Vol. 48, No. 10, pp. 843–859, September, DOI: [10.1016/j.newar.2004.06.001](https://doi.org/10.1016/j.newar.2004.06.001).
- Escala, Andrés, Richard B. Larson, Paolo S. Coppi, and Diego Mardones (2005) “The Role of Gas in the Merging of Massive Black Holes in Galactic Nuclei. II. Black Hole Merging in a Nuclear Gas Disk,” *ApJ*, Vol. 630, No. 1, pp. 152–166, September, DOI: [10.1086/431747](https://doi.org/10.1086/431747).
- Event Horizon Telescope Collaboration • Kazunori Akiyama • Antxon Alberdi 他 (2022) 「First Sagittarius A* Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole in the Center of the Milky Way」, 『ApJ』, 第 930 卷, 第 2 号, L12 頁, 5 月, DOI: [10.3847/2041-8213/ac6674](https://doi.org/10.3847/2041-8213/ac6674).
- Event Horizon Telescope Collaboration, Kazunori Akiyama, Antxon Alberdi et al. (2019) “First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole,” *ApJ*, Vol. 875, No. 1, p. L1, April, DOI: [10.3847/2041-8213/ab0ec7](https://doi.org/10.3847/2041-8213/ab0ec7).
- Fan, Xiaohui, Vijay K. Narayanan, Robert H. Lupton et al. (2001) “A Survey of $z_{i5.8}$ Quasars in the Sloan Digital Sky Survey. I. Discovery of Three New Quasars and the Spatial Density of Luminous Quasars at $z \sim 6$,” *AJ*, Vol. 122, No. 6, pp. 2833–2849, December, DOI: [10.1086/324111](https://doi.org/10.1086/324111).
- Fan, Xiaohui, Michael A. Strauss, Donald P. Schneider et al. (2003) “A Survey of $z_{i5.7}$ Quasars in the Sloan Digital Sky Survey. II. Discovery of Three Additional Quasars at z_{i6} ,” *AJ*, Vol. 125, No. 4, pp. 1649–1659, April, DOI: [10.1086/368246](https://doi.org/10.1086/368246).
- Greif, Thomas H. (2015) “The numerical frontier of the high-redshift Universe,” *Computational Astrophysics and Cosmology*, Vol. 2, p. 3, March, DOI: [10.1186/s40668-014-0006-2](https://doi.org/10.1186/s40668-014-0006-2).
- Hirano, S., T. Hosokawa, N. Yoshida, K. Omukai, and H. W. Yorke (2015) “Primordial star formation under the influence of far ultraviolet radiation: 1540 cosmological haloes and the stellar mass distribution,” *MNRAS*, Vol. 448, No. 1, pp. 568–587,

- March, DOI: [10.1093/mnras/stv044](https://doi.org/10.1093/mnras/stv044).
- Hirano, Shingo, Takashi Hosokawa, Naoki Yoshida, Hideyuki Umeda, Kazuyuki Omukai, Gen Chiaki, and Harold W. Yorke (2014) “One Hundred First Stars: Protostellar Evolution and the Final Masses,” *ApJ*, Vol. 781, No. 2, p. 60, February, DOI: [10.1088/0004-637X/781/2/60](https://doi.org/10.1088/0004-637X/781/2/60).
- Hirano, Shingo, Takashi Hosokawa, Naoki Yoshida, and Rolf Kuiper (2017) “Supersonic gas streams enhance the formation of massive black holes in the early universe,” *Science*, Vol. 357, No. 6358, pp. 1375–1378, September, DOI: [10.1126/science.aai9119](https://doi.org/10.1126/science.aai9119).
- Hollenbach, D. and C. F. McKee (1979) “Molecule formation and infrared emission in fast interstellar shocks. I. Physical processes.,” *ApJS*, Vol. 41, pp. 555–592, November, DOI: [10.1086/190631](https://doi.org/10.1086/190631).
- Hosokawa, Takashi, Kazuyuki Omukai, Naoki Yoshida, and Harold W. Yorke (2011) “Protostellar Feedback Halts the Growth of the First Stars in the Universe,” *Science*, Vol. 334, No. 6060, p. 1250, December, DOI: [10.1126/science.1207433](https://doi.org/10.1126/science.1207433).
- Hoyle, F. and R. A. Lyttleton (1939) “The effect of interstellar matter on climatic variation,” *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, Vol. 35, No. 3, p. 405, January, DOI: [10.1017/S0305004100021150](https://doi.org/10.1017/S0305004100021150).
- Hunt, R. (1971) “A fluid dynamical study of the accretion process,” *MNRAS*, Vol. 154, p. 141, January, DOI: [10.1093/mnras/154.2.141](https://doi.org/10.1093/mnras/154.2.141).
- (1979) “Accretion of gas having specific heat ratio 3/3 by a moving gravitating body.,” *MNRAS*, Vol. 188, pp. 83–91, July, DOI: [10.1093/mnras/188.1.83](https://doi.org/10.1093/mnras/188.1.83).
- Inayoshi, Kohei, Zoltán Haiman, and Jeremiah P. Ostriker (2016) “Hyper-Eddington accretion flows on to massive black holes,” *MNRAS*, Vol. 459, No. 4, pp. 3738–3755, July, DOI: [10.1093/mnras/stw836](https://doi.org/10.1093/mnras/stw836).
- Inayoshi, Kohei, Eli Visbal, and Zoltán Haiman (2020) “The Assembly of the First Massive Black Holes,” *ARA&A*, Vol. 58, pp. 27–97, August, DOI: [10.1146/annurev-astro-120419-014455](https://doi.org/10.1146/annurev-astro-120419-014455).
- Kato, S., J. Fukue, and S. Mineshige (2008) *Black-Hole Accretion Disks — Towards a New Paradigm* —.
- Kim, Hyosun and Woong-Tae Kim (2007) “Dynamical Friction of a Circular-Orbit Perturber in a Gaseous Medium,” *ApJ*, Vol. 665, No. 1, pp. 432–444, August, DOI: [10.1086/519302](https://doi.org/10.1086/519302).

- (2009) “Nonlinear Dynamical Friction in a Gaseous Medium,” *ApJ*, Vol. 703, No. 2, pp. 1278–1293, October, DOI: [10.1088/0004-637X/703/2/127810.48550/arXiv.0908.1391](https://doi.org/10.1088/0004-637X/703/2/127810.48550/arXiv.0908.1391).
- Kim, Hyosun, Woong-Tae Kim, and F. J. Sánchez-Salcedo (2008) “Dynamical Friction of Double Perturbers in a Gaseous Medium,” *ApJ*, Vol. 679, No. 1, p. L33, May, DOI: [10.1086/589149](https://doi.org/10.1086/589149).
- Kormendy, John and Luis C. Ho (2013) “Coevolution (Or Not) of Supermassive Black Holes and Host Galaxies,” *ARA&A*, Vol. 51, No. 1, pp. 511–653, August, DOI: [10.1146/annurev-astro-082708-101811](https://doi.org/10.1146/annurev-astro-082708-101811).
- Larson, Richard B. (1969) “Numerical calculations of the dynamics of collapsing proto-star,” *MNRAS*, Vol. 145, p. 271, January, DOI: [10.1093/mnras/145.3.271](https://doi.org/10.1093/mnras/145.3.271).
- Matsumoto, Tomoaki (2007) “Self-Gravitational Magnetohydrodynamics with Adaptive Mesh Refinement for Protostellar Collapse,” *PASJ*, Vol. 59, p. 905, October, DOI: [10.1093/pasj/59.5.905](https://doi.org/10.1093/pasj/59.5.905).
- Matsuoka, Yoshiaki, Michael A. Strauss, Nobunari Kashikawa et al. (2018) “Subaru High- z Exploration of Low-luminosity Quasars (SHELLQs). V. Quasar Luminosity Function and Contribution to Cosmic Reionization at $z = 6$,” *ApJ*, Vol. 869, No. 2, p. 150, December, DOI: [10.3847/1538-4357/aee7a](https://doi.org/10.3847/1538-4357/aee7a).
- McKee, Christopher F. and Jonathan C. Tan (2008) “The Formation of the First Stars. II. Radiative Feedback Processes and Implications for the Initial Mass Function,” *ApJ*, Vol. 681, No. 2, pp. 771–797, July, DOI: [10.1086/587434](https://doi.org/10.1086/587434).
- Milosavljević, Miloš, Sean M. Couch, and Volker Bromm (2009a) “Accretion Onto Intermediate-Mass Black Holes in Dense Protogalactic Clouds,” *ApJ*, Vol. 696, No. 2, pp. L146–L149, May, DOI: [10.1088/0004-637X/696/2/L146](https://doi.org/10.1088/0004-637X/696/2/L146).
- Milosavljević, Miloš, Volker Bromm, Sean M. Couch, and S. Peng Oh (2009b) “Accretion onto “Seed” Black Holes in the First Galaxies,” *ApJ*, Vol. 698, No. 1, pp. 766–780, June, DOI: [10.1088/0004-637X/698/1/766](https://doi.org/10.1088/0004-637X/698/1/766).
- Miyoshi, Makoto, James Moran, James Herrnstein, Lincoln Greenhill, Naomasa Nakai, Philip Diamond, and Makoto Inoue (1995) “Evidence for a black hole from high rotation velocities in a sub-parsec region of NGC4258,” *Nature*, Vol. 373, No. 6510, pp. 127–129, January, DOI: [10.1038/373127a0](https://doi.org/10.1038/373127a0).
- Morganson, Eric, Gisella De Rosa, Roberto Decarli et al. (2012) “The First High-redshift Quasar from Pan-STARRS,” *AJ*, Vol. 143, No. 6, p. 142, June, DOI:

[10.1088/0004-6256/143/6/142](https://doi.org/10.1088/0004-6256/143/6/142).

- Mortlock, Daniel J., Stephen J. Warren, Bram P. Venemans et al. (2011) “A luminous quasar at a redshift of $z = 7.085$,” *Nature*, Vol. 474, No. 7353, pp. 616–619, June, DOI: [10.1038/nature10159](https://doi.org/10.1038/nature10159).
- Omukai, K., T. Tsuribe, R. Schneider, and A. Ferrara (2005) “Thermal and Fragmentation Properties of Star-forming Clouds in Low-Metallicity Environments,” *ApJ*, Vol. 626, No. 2, pp. 627–643, June, DOI: [10.1086/429955](https://doi.org/10.1086/429955).
- Omukai, Kazuyuki and Ryoichi Nishi (1998) “Formation of Primordial Protostars,” *ApJ*, Vol. 508, No. 1, pp. 141–150, November, DOI: [10.1086/306395](https://doi.org/10.1086/306395).
- Ostriker, Eve C. (1999) “Dynamical Friction in a Gaseous Medium,” *ApJ*, Vol. 513, No. 1, pp. 252–258, March, DOI: [10.1086/306858](https://doi.org/10.1086/306858).
- Park, KwangHo and Tamara Bogdanović (2017) “Gaseous Dynamical Friction in Presence of Black Hole Radiative Feedback,” *ApJ*, Vol. 838, No. 2, p. 103, April, DOI: [10.3847/1538-4357/aa65ce](https://doi.org/10.3847/1538-4357/aa65ce).
- Park, KwangHo and Massimo Ricotti (2011) “Accretion onto Intermediate-mass Black Holes Regulated by Radiative Feedback. I. Parametric Study for Spherically Symmetric Accretion,” *ApJ*, Vol. 739, No. 1, p. 2, September, DOI: [10.1088/0004-637X/739/1/2](https://doi.org/10.1088/0004-637X/739/1/2).
- (2012) “Accretion onto Black Holes from Large Scales Regulated by Radiative Feedback. II. Growth Rate and Duty Cycle,” *ApJ*, Vol. 747, No. 1, p. 9, March, DOI: [10.1088/0004-637X/747/1/9](https://doi.org/10.1088/0004-637X/747/1/9).
- Penston, M. V. (1969) “Dynamics of self-gravitating gaseous spheres-III. Analytical results in the free-fall of isothermal cases,” *MNRAS*, Vol. 144, p. 425, January, DOI: [10.1093/mnras/144.4.425](https://doi.org/10.1093/mnras/144.4.425).
- Press, William H. and Paul Schechter (1974) “Formation of Galaxies and Clusters of Galaxies by Self-Similar Gravitational Condensation,” *ApJ*, Vol. 187, pp. 425–438, February, DOI: [10.1086/152650](https://doi.org/10.1086/152650).
- Rees, Martin J. (1984) “Black Hole Models for Active Galactic Nuclei,” *ARA&A*, Vol. 22, pp. 471–506, January, DOI: [10.1146/annurev.aa.22.090184.002351](https://doi.org/10.1146/annurev.aa.22.090184.002351).
- Ruffert, M. (1994) “Three-dimensional hydrodynamic Bondi-Hoyle accretion. III. Mach 0.6, 1.4 and 10; $\gamma=5/3$,” *A&AS*, Vol. 106, pp. 505–522, September.
- (1995) “Three-dimensional hydrodynamic Bondi-Hoyle accretion. IV. Specific heat ratio $4/3$,” *A&AS*, Vol. 113, p. 133, October.

- (1996) “Three-dimensional hydrodynamic Bondi-Hoyle accretion. V. Specific heat ratio 1.01, nearly isothermal flow.” *A&A*, Vol. 311, pp. 817–832, July.
- Ruffert, Maximilian and David Arnett (1994) “Three-dimensional Hydrodynamic Bondi-Hoyle Accretion. II. Homogeneous Medium at Mach 3 with $\gamma = 5/3$,” *ApJ*, Vol. 427, p. 351, May, DOI: [10.1086/174145](https://doi.org/10.1086/174145).
- Sakurai, Yuya, Naoki Yoshida, Michiko S. Fujii, and Shingo Hirano (2017) “Formation of intermediate-mass black holes through runaway collisions in the first star clusters,” *MNRAS*, Vol. 472, No. 2, pp. 1677–1684, December, DOI: [10.1093/mnras/stx204410.48550/arXiv.1704.06130](https://doi.org/10.1093/mnras/stx204410.48550/arXiv.1704.06130).
- Sánchez-Salcedo, F. J. and A. Brandenburg (1999) “Deceleration by Dynamical Friction in a Gaseous Medium,” *ApJ*, Vol. 522, No. 1, pp. L35–L38, September, DOI: [10.1086/312215](https://doi.org/10.1086/312215).
- Shapiro, Stuart L. and Saul A. Teukolsky (1983) *Black holes, white dwarfs, and neutron stars : the physics of compact objects*.
- Shima, E., T. Matsuda, H. Takeda, and K. Sawada (1985) “Hydrodynamic calculations of axisymmetric accretion flow,” *MNRAS*, Vol. 217, pp. 367–386, November, DOI: [10.1093/mnras/217.2.367](https://doi.org/10.1093/mnras/217.2.367).
- Springel, Volker, Simon D. M. White, Adrian Jenkins et al. (2005) “Simulations of the formation, evolution and clustering of galaxies and quasars,” *Nature*, Vol. 435, No. 7042, pp. 629–636, June, DOI: [10.1038/nature03597](https://doi.org/10.1038/nature03597).
- Sugimura, Kazuyuki, Takashi Hosokawa, Hidenobu Yajima, and Kazuyuki Omukai (2017) “Rapid black hole growth under anisotropic radiation feedback,” *MNRAS*, Vol. 469, No. 1, pp. 62–79, July, DOI: [10.1093/mnras/stx769](https://doi.org/10.1093/mnras/stx769).
- Sugimura, Kazuyuki, Tomoaki Matsumoto, Takashi Hosokawa, Shingo Hirano, and Kazuyuki Omukai (2020) “The Birth of a Massive First-star Binary,” *ApJ*, Vol. 892, No. 1, p. L14, March, DOI: [10.3847/2041-8213/ab7d37](https://doi.org/10.3847/2041-8213/ab7d37).
- Takeo, Eishun, Kohei Inayoshi, Ken Ohsuga, Hiroyuki R. Takahashi, and Shin Mineshige (2018) “Rapid growth of black holes accompanied with hot or warm outflows exposed to anisotropic super-Eddington radiation,” *MNRAS*, Vol. 476, No. 1, pp. 673–682, May, DOI: [10.1093/mnras/sty264](https://doi.org/10.1093/mnras/sty264).
- Tegmark, Max, Joseph Silk, Martin J. Rees, Alain Blanchard, Tom Abel, and Francesco Palla (1997) “How Small Were the First Cosmological Objects?,” *ApJ*, Vol. 474, p. 1, January, DOI: [10.1086/303434](https://doi.org/10.1086/303434).

- Toyouchi, Daisuke, Takashi Hosokawa, Kazuyuki Sugimura, and Rolf Kuiper (2020) “Gaseous dynamical friction under radiative feedback: do intermediate-mass black holes speed up or down?,” *MNRAS*, Vol. 496, No. 2, pp. 1909–1921, August, DOI: [10.1093/mnras/staa1338](https://doi.org/10.1093/mnras/staa1338).
- Watarai, Ken-ya, Jun Fukue, Mitsuru Takeuchi, and Shin Mineshige (2000) “Galactic Black-Hole Candidates Shining at the Eddington Luminosity,” *PASJ*, Vol. 52, p. 133, February, DOI: [10.1093/pasj/52.1.133](https://doi.org/10.1093/pasj/52.1.133).
- Williamson, David J., Lars H. Bösch, and Sebastian F. Hönig (2022) “Binary AGNs simulations with radiation pressure reveal a new duty cycle, and a reduction of gravitational torque, through ‘minitori’ structures,” *MNRAS*, Vol. 510, No. 4, pp. 5963–5973, March, DOI: [10.1093/mnras/stab3792](https://doi.org/10.1093/mnras/stab3792).
- Willott, Chris J., Philippe Delorme, Alain Omont et al. (2007) “Four Quasars above Redshift 6 Discovered by the Canada-France High-z Quasar Survey,” *AJ*, Vol. 134, No. 6, pp. 2435–2450, December, DOI: [10.1086/522962](https://doi.org/10.1086/522962).
- Wise, John H., John A. Regan, Brian W. O’Shea, Michael L. Norman, Turlough P. Downes, and Hao Xu (2019) “Formation of massive black holes in rapidly growing pre-galactic gas clouds,” *Nature*, Vol. 566, No. 7742, pp. 85–88, January, DOI: [10.1038/s41586-019-0873-4](https://doi.org/10.1038/s41586-019-0873-4).
- Wu, Xue-Bing, Feige Wang, Xiaohui Fan et al. (2015) “An ultraluminous quasar with a twelve-billion-solar-mass black hole at redshift 6.30,” *Nature*, Vol. 518, No. 7540, pp. 512–515, February, DOI: [10.1038/nature14241](https://doi.org/10.1038/nature14241).
- Yoshida, Naoki, Kazuyuki Omukai, Lars Hernquist, and Tom Abel (2006) “Formation of Primordial Stars in a Λ CDM Universe,” *ApJ*, Vol. 652, No. 1, pp. 6–25, November, DOI: [10.1086/507978](https://doi.org/10.1086/507978).