

宇宙ひもを重力レンズで探る

物理学第二教室 天体核研究室 D3

須山 輝明

天体核研究室の大雑把な研究グループ

天体物理学

中村、犬塚、井岡、山田

PD: 町田、石津、三浦

D3: 道越

D2: 井上(剛)、当真

D1: 廣瀬 M2: 武藤

M1

佐藤、筒井、富康、野口、
村主

宇宙論

中村、田中、早田

D3: 須山 D2: 横山

D1: 泉 M2: 棚橋、村田

重力

中村、田中、早田、井岡

D2: 吉川 D1: 雁津

M2: 井上(博)

宇宙の熱史～宇宙はビッグバンから始まった

時間

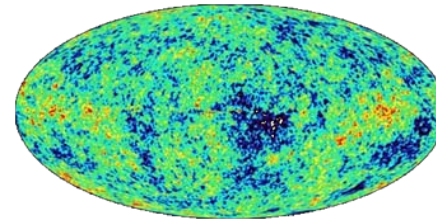
140億年

現在



40万年

宇宙の晴れ上がり



一秒

ビッグバン元素合成

宇宙誕生後、一秒以前の状態はよく分かっていない

初期宇宙のシナリオ

・対称性の破れ

・インフレーション

etc.

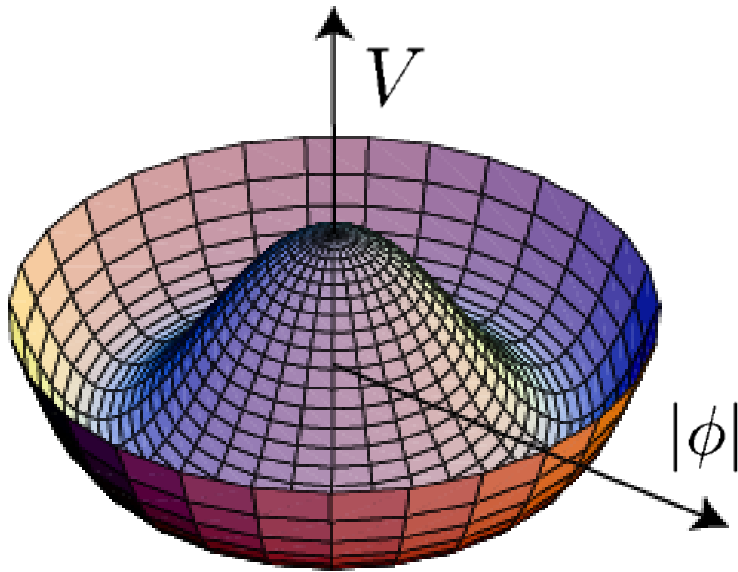


これを観測的に確かめることができるか？

宇宙ひも(対称性の破れの化石)

対称性の破れに伴って生成される、ひも状の位相欠陥

•例 $V(|\phi|) = \lambda(|\phi|^2 - v^2)^2$ ϕ : 複素スカラー場

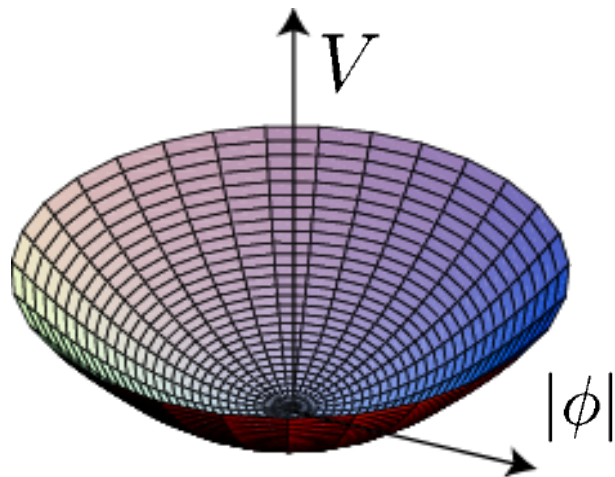


ポテンシャルの最小値($V=0$)を与える ϕ の形

$$\phi_{\min} = v e^{i\theta}$$

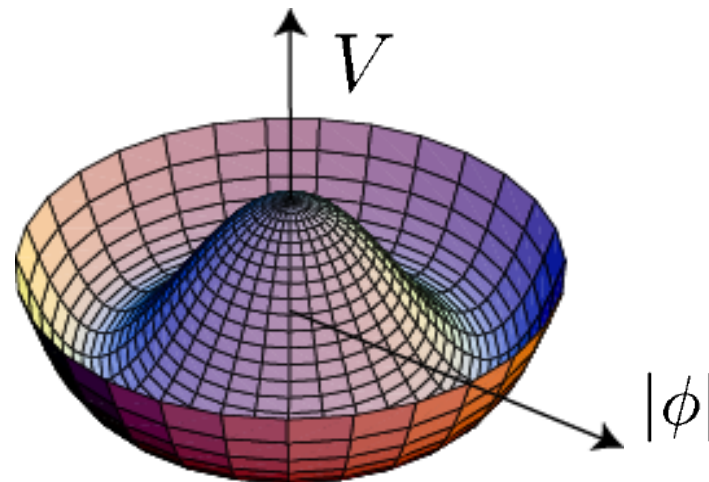
θ : 0 から 2π までの任意の実数

温度高い



$|\phi| = 0$ で、最小値

温度低い

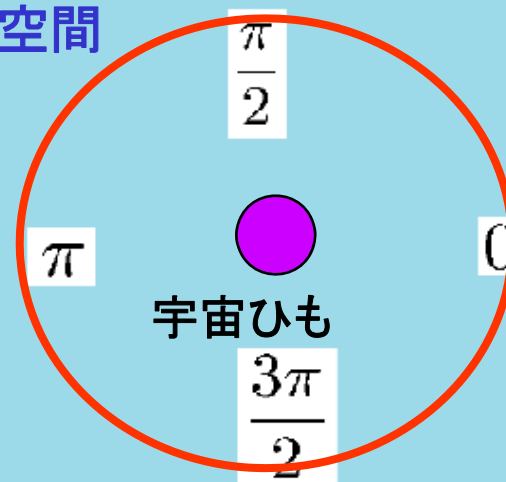


$|\phi| = v$ で、最小値

相関長より大きいスケールで見ると、
各点での θ はバラバラのはず

$$\phi_{\min} = v e^{i\theta}$$

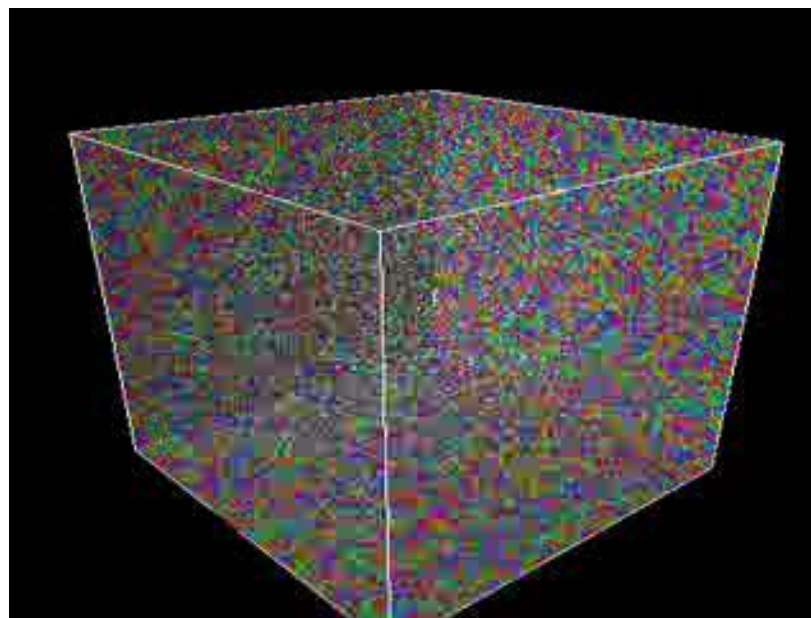
実空間



実際、数値シミュレーションによっても対称性の破れに伴って、宇宙ひもが形成されることが確認されている。

宇宙ひもの形成(数値シミュレーション)

初期条件: $|\phi| = 0$ のまわりに揺らぎを与える



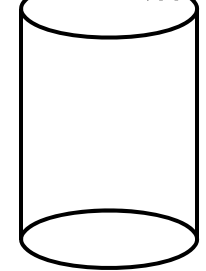
(Donaire&Rajantie, 2006)

対称性が破れた後は、ひものネットワークが作られる

•ひもの線密度 μ

以下のようにして宇宙ひもの線密度の大きさが見積もれる

ひもの断面



$$\sim m^{-1}$$

コンプトン波長

$$V(|\phi|) = \lambda \left(|\phi|^2 - v^2 \right)^2$$

$$m^2 \approx \lambda v^2 \quad (\text{質量二乗})$$

$$\mu \approx \lambda v^4 \times m^{-2} \approx v^2$$

$$\simeq 10^{22} \text{g/cm} \left(\frac{v}{10^{16} \text{GeV}} \right)^2$$

➡ $G\mu = 10^{-6} \left(\frac{v}{10^{16} \text{GeV}} \right)^2$ G : 重力定数

$G\mu$ を測ると、対称性の破れのスケールが直接分かる

宇宙ひもネットワークの時間進化

・**スケーリング則** (数値計算により発見された)

$$L_s(t) = \alpha H^{-1}$$

$$\alpha = 31 \pm 7$$

$H^{-1} \simeq ct$: ホライズン長

L_s : ホライズン体積内にある長い
宇宙ひもの長さ

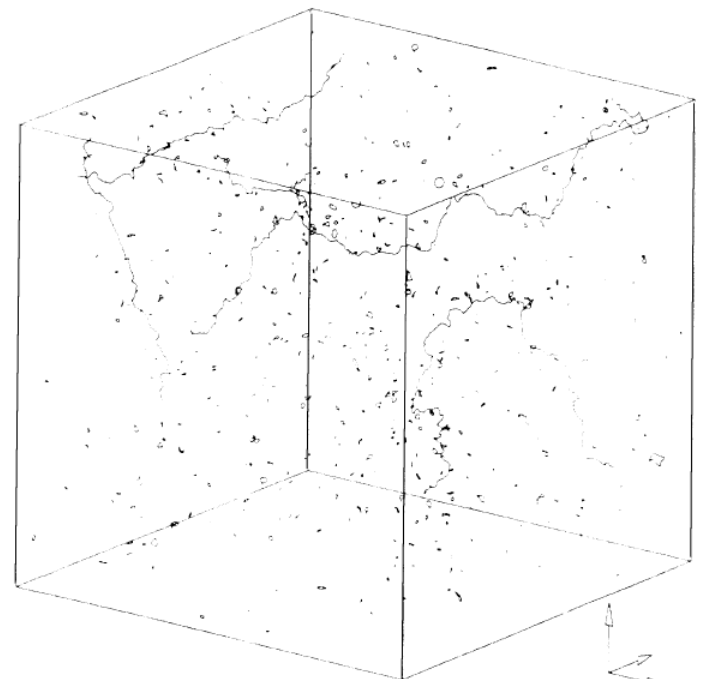
$$\frac{\rho_S}{\rho_{\text{tot}}} \sim \frac{\mu \alpha H^{-1} / (H^{-1})^3}{H^2 / G} = \alpha G \mu$$

定数

ρ_S : 宇宙ひものエネルギー密度

ρ_{tot} : 宇宙の全エネルギー密度

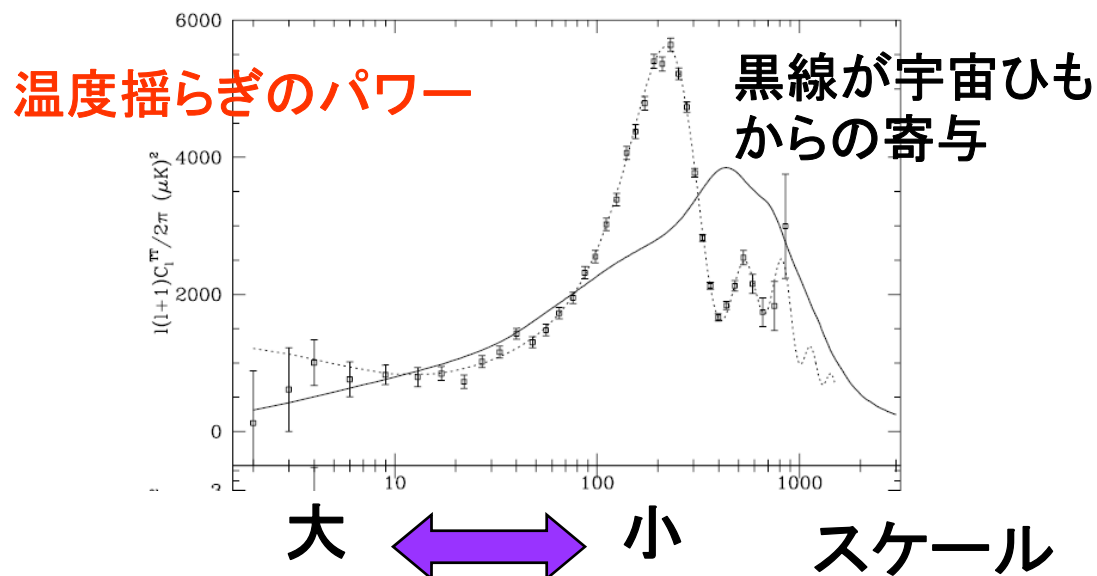
宇宙ひもは、現在の宇宙にもほどほど
に存在してくれる



(Allen & Shellard, 1990)

ひもの線密度に対する観測からの制限

1. 宇宙背景放射の温度揺らぎ (e.g. Wyman et al. 2005)

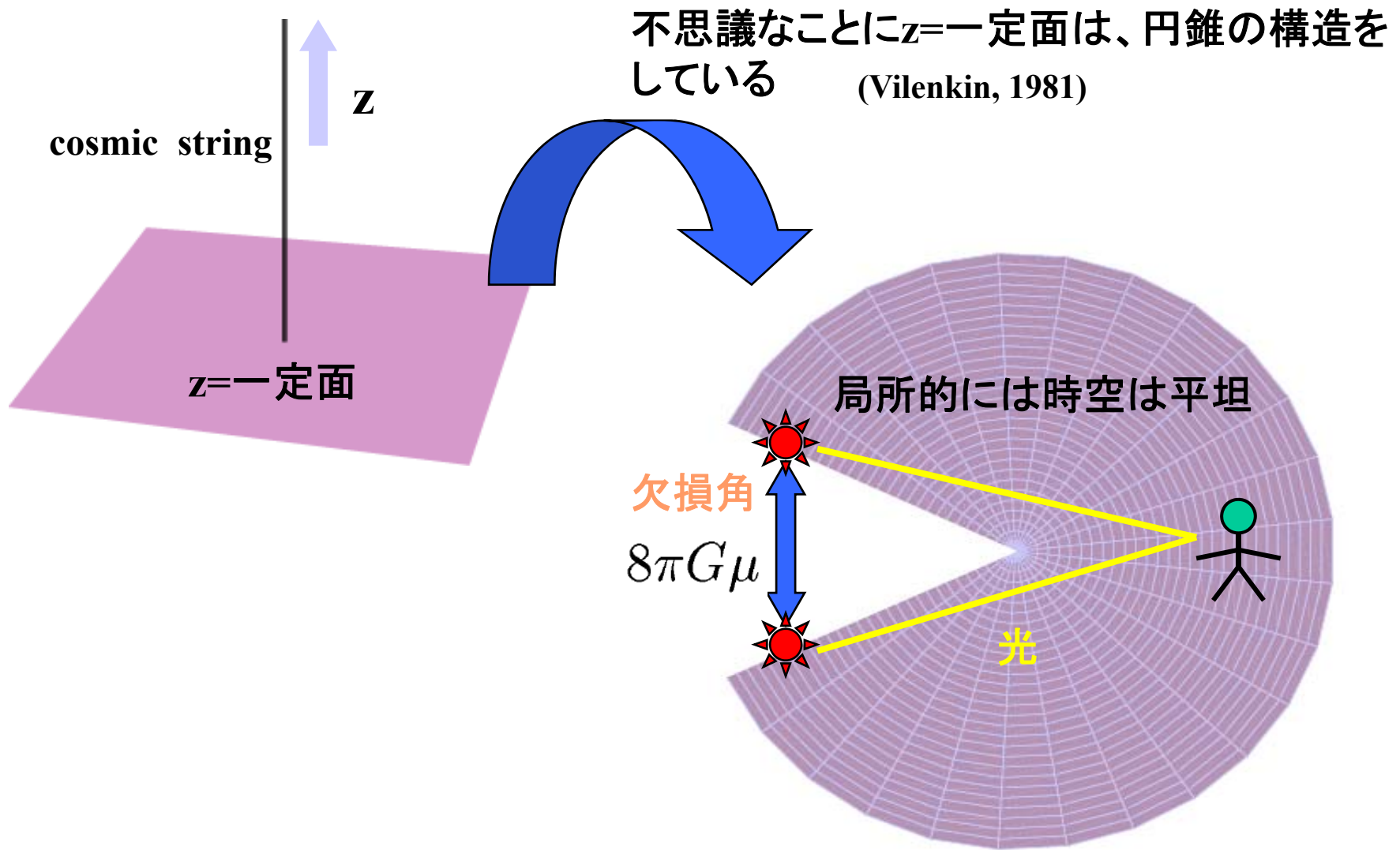


2. パルサータイミング (e.g. Lomen 2002)

宇宙ひもが振動すると重力波が放射される

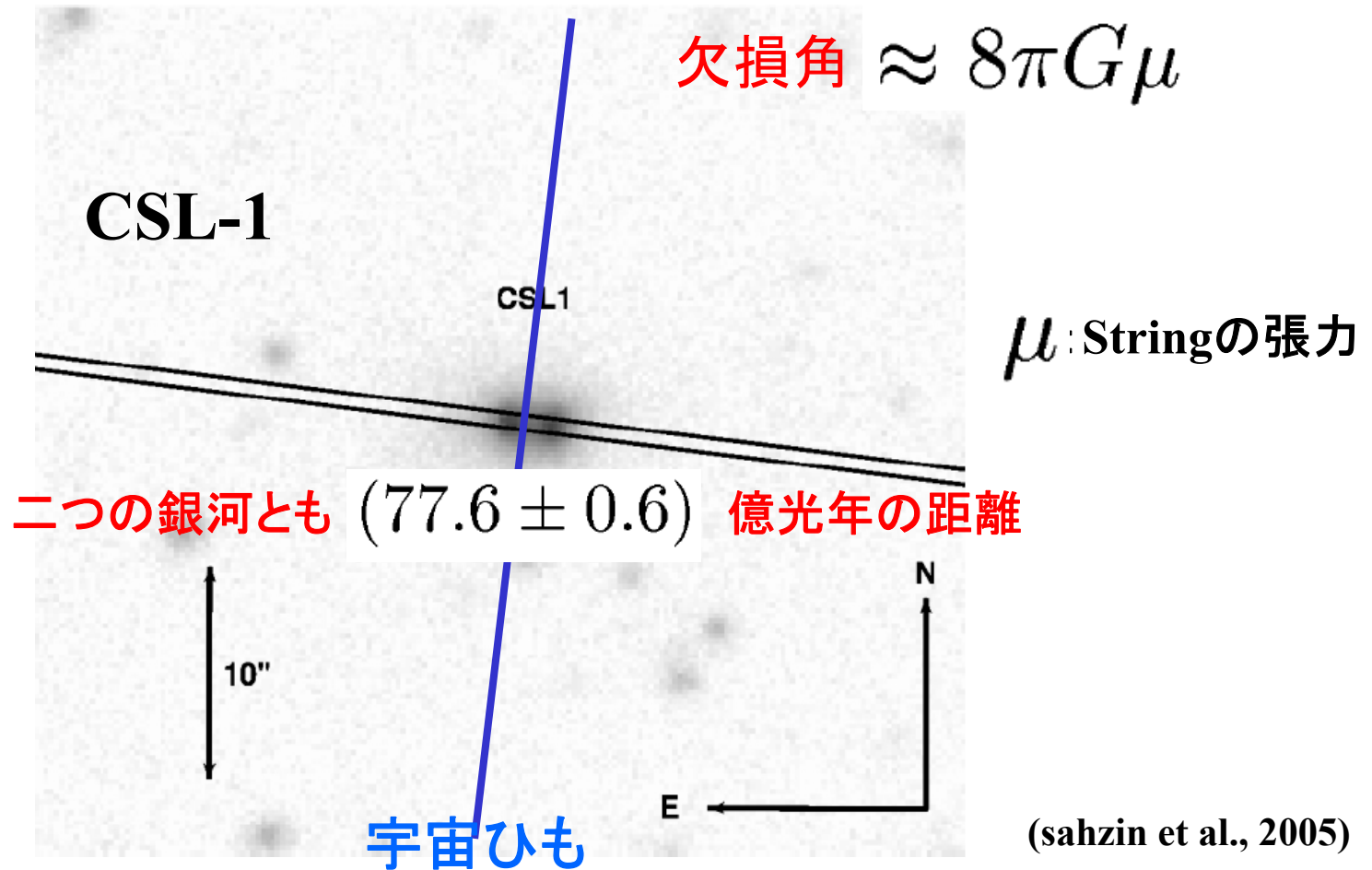
両方とも $G\mu < 10^{-7} \sim 10^{-6}$

宇宙ひものまわりの時空構造



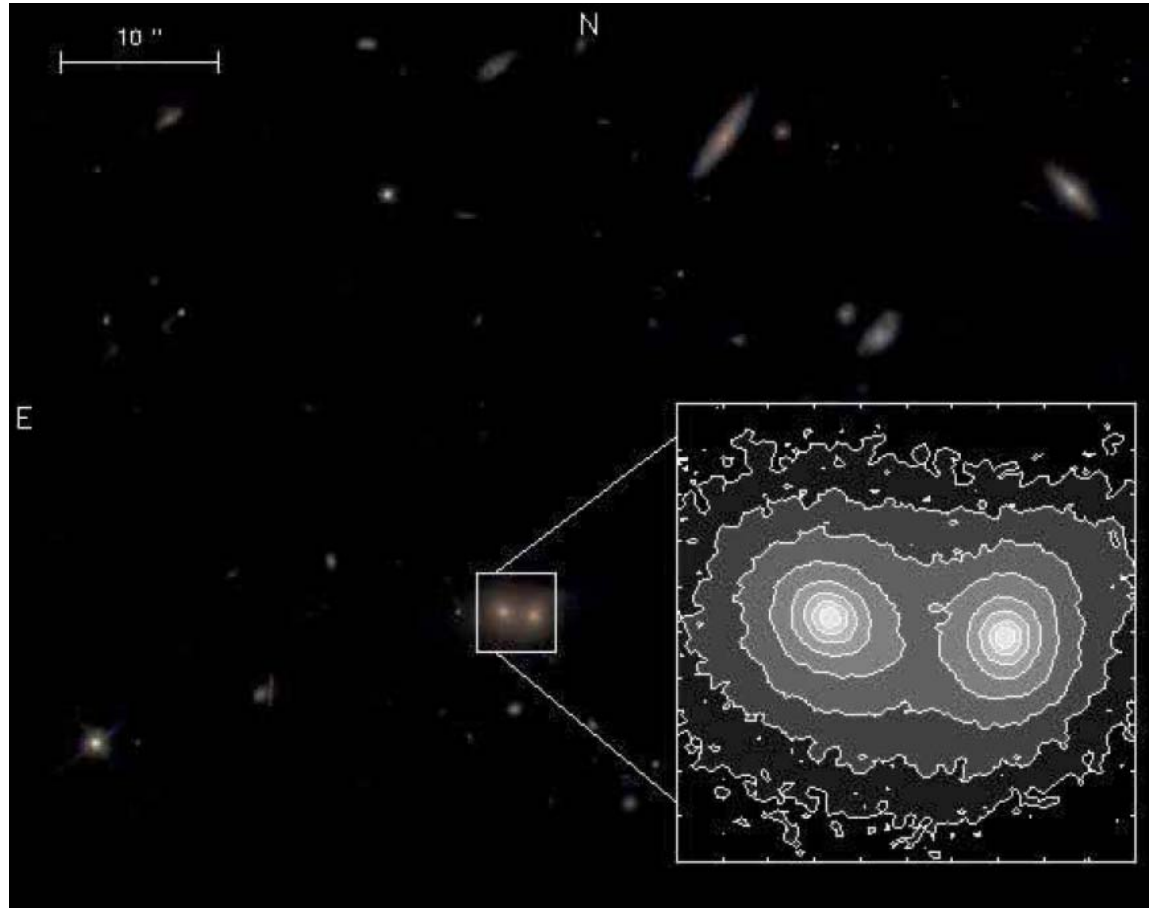
Cosmic stringがあると、全く同じ形の二重像が見える

宇宙ひもによる重力レンズ??



properties would imply a linear density of the string of order $G\mu \approx 4 \times 10^{-7}$ and a corresponding grand unified theory energy scale of $\sim 10^{15}$ GeV (Kibble 1976; Eidelman et al. 2004¹⁰).

ハッブル宇宙望遠鏡で詳しくみると



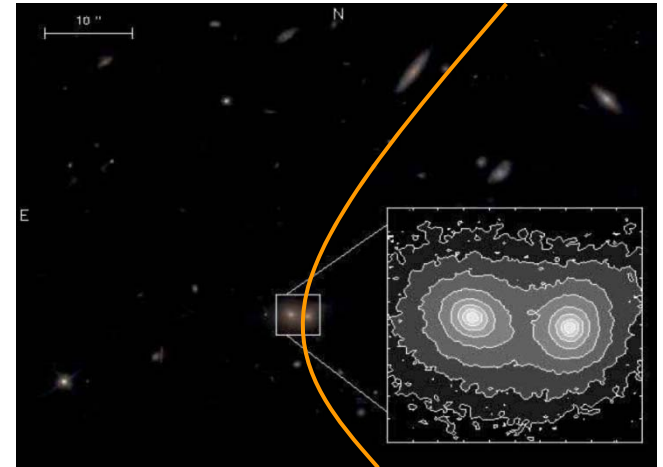
(agol et al., 2006)

二重像は全く同じ形ではなかった

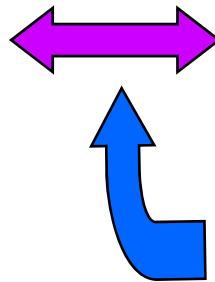
世の中の情勢は、宇宙ひもではないという結論に収まりつつある

宇宙ひもが曲がっていると説明できるかもしれない

現実には、ひもは曲がっているはず



一般のひもの運動状態



光源の増光率、ゆがみ
(重力レンズ効果)

この繋がりを押さえておく
ことは重要だ

曲がった宇宙ひもによる重力レンズの研究はあまりない

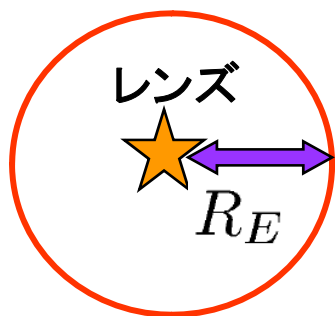
(Laix 97, Uzan&Bernardeau 2000, Polchinski&Rocha 2006)

そもそも

宇宙ひもの運動状態と増光率との関係がよく分からない

- どの程度の範囲のひもの状態が増光に効くか？
- ひもの遠方の運動は、増光に影響するか？

※レンズが星の場合



光源がアインシュタイン半径 R_E の中に
入れば重力レンズが起こる

$$R_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_L D_{LS}}{D_S}}$$

M : レンズの質量

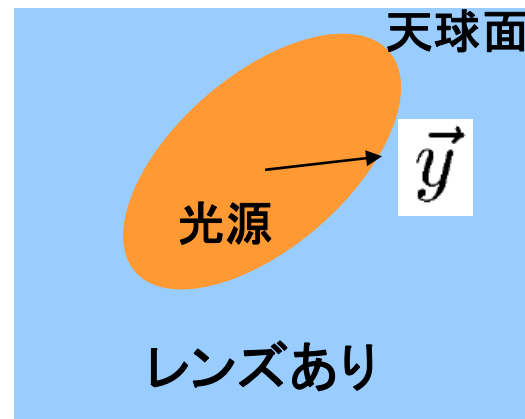
D_L : 観測者・レンズ間距離

D_{LS} : 光源・レンズ間距離

D_S : 光源・観測者間距離

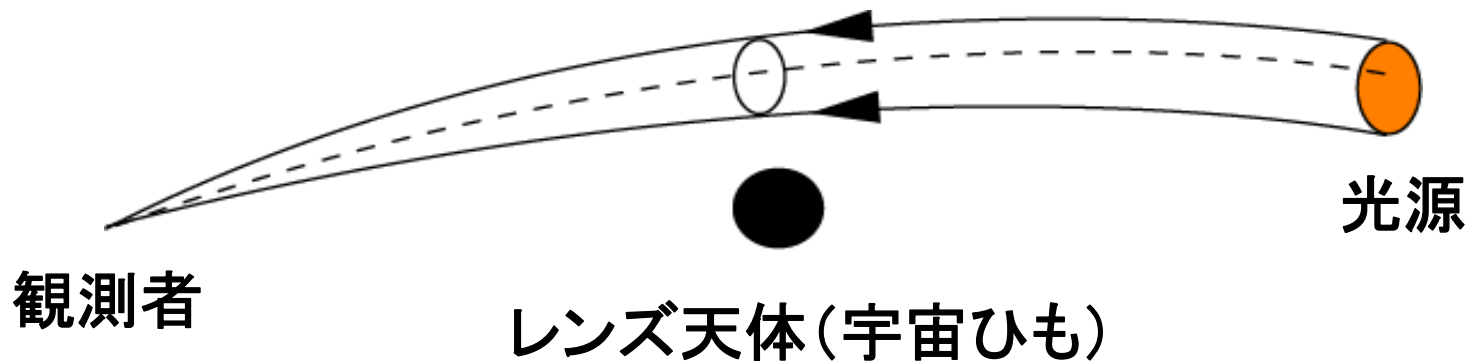
そこで無限に長い宇宙ひもによる重力レンズについて解析した

増光行列 A 光源の増光やゆがみを表す量



$$\vec{y} = A^{-1} \vec{x}$$

重力場によって光束がねじられる＝重力レンズ



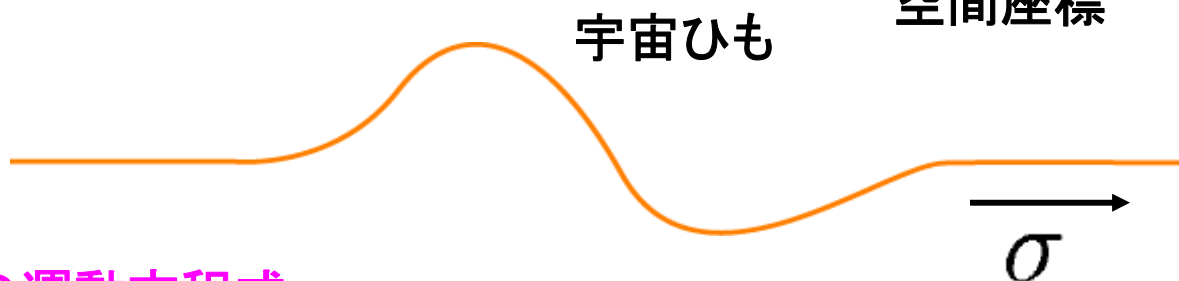
増光行列＝時空のゆがみ(計量)を光の軌道にそって積分

宇宙ひものまわりの重力場(計量) $\longrightarrow$ 増光行列

•宇宙ひもの運動

ひもの運動は、二つの変数で記述できる

t : 時間
 σ : ひものに沿った空間座標 $\longrightarrow \vec{X}(t, \sigma)$



•ひもの運動方程式

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial \sigma^2} \right) \vec{X}(t, \sigma) = 0 \quad \text{自由な波動方程式}$$

ひもの運動は、光速で伝播する右向きの波と左向きの波の和

$$\vec{X}(t, \sigma) = \frac{1}{2} \left(\underbrace{\vec{X}_+(\sigma_+)}_{\text{左向き}} + \underbrace{\vec{X}_-(\sigma_-)}_{\text{右向き}} \right) \quad \sigma_{\pm} \equiv t \pm \sigma$$

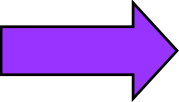
分かったこと1

片方(右向きor左向き)の波だけ存在  計量(とその微分)は発散

以下その説明

$$ds^2 = (\eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}) dx^\mu dx^\nu$$

レンズがあると時空がすこしゆがむ

 $\square h_{\mu\nu} = -16\pi G \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} T^\lambda_\lambda \right)$ (アインシュタイン方程式)

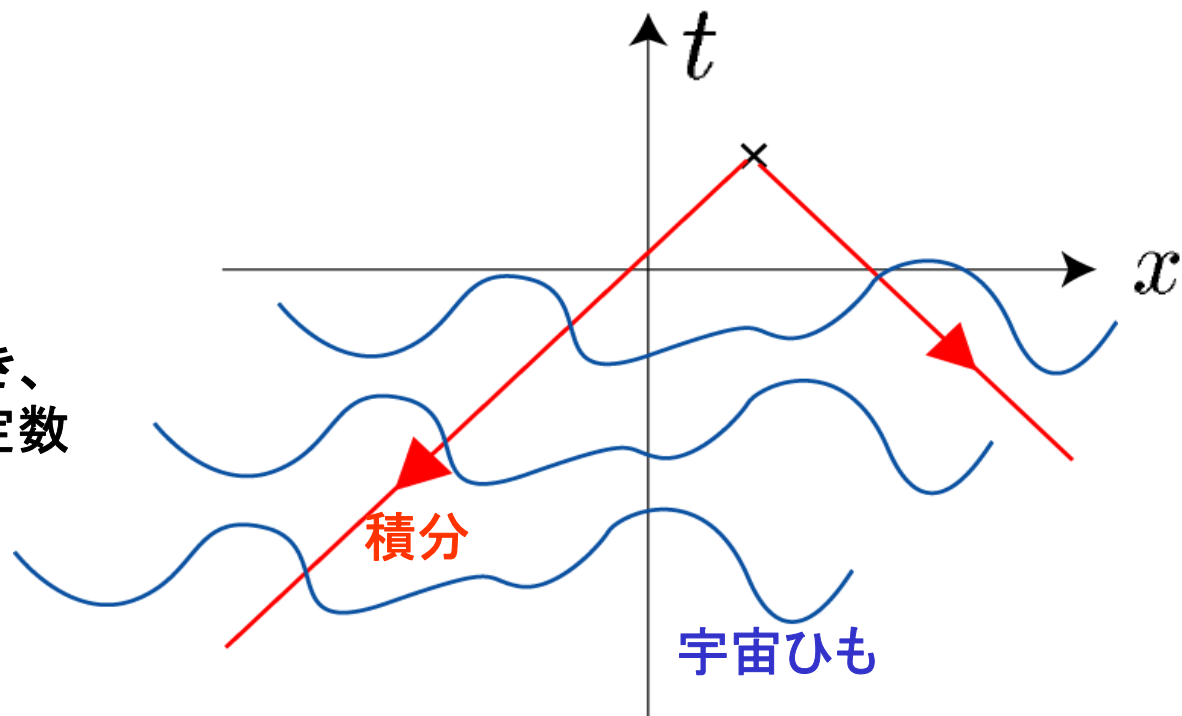
$T_{\mu\nu}$: ひものエネルギー運動量テンソル

解は遅延グリーン関数で表わせる

$$h_{\mu\nu}(t, \vec{x}) = -4G \int d^3x' dt' \frac{T_{\mu\nu}(t', \vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \delta(t' - t + |\vec{x} - \vec{x}'|) + \dots$$

$h_{\mu\nu}$ は赤線に沿って $\frac{T_{\mu\nu}}{\text{キヨリ}}$ を積分したもの

片方の波だけが存在するとき、
赤線に沿って $T_{\mu\nu}$ の値は定数
となる

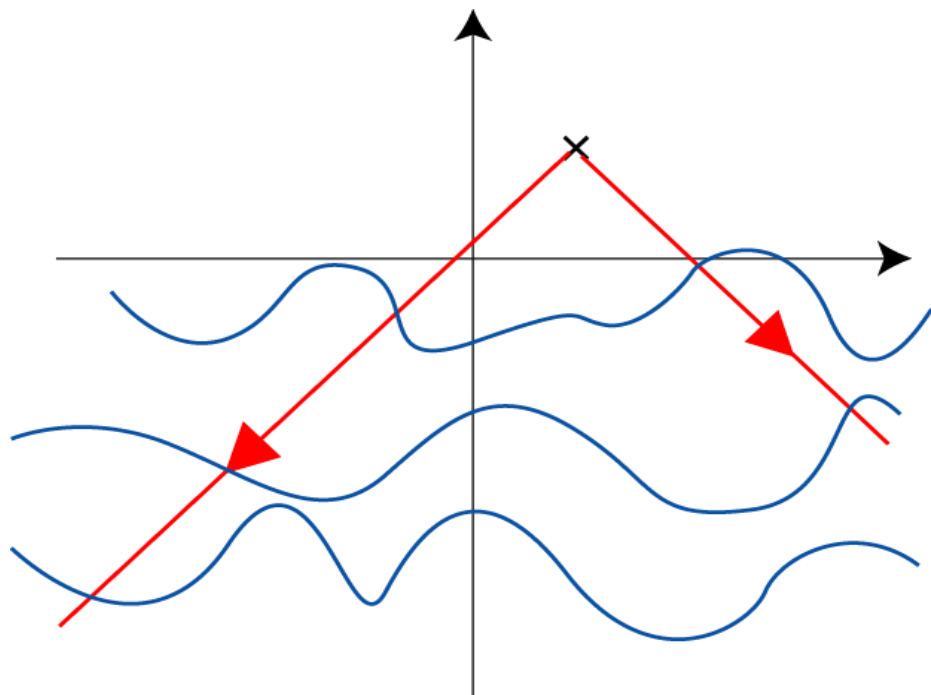


$$h \sim \int^{\infty} \frac{dr}{r} f(t - x) \quad \text{発散}$$

発散は、遠方のひもの運動が増光に効くことを意味する

分かったこと2

右向き・左向き両方の波がひも上の至る所に存在するならば



素朴には

赤線に沿ってひもがパ
タパタと振動するので、
積分は収束しそう

ひもが真っ直ぐな状態から少しだけ揺らいでいる場合

計量(の微分)は収束

(解析的に示せる)

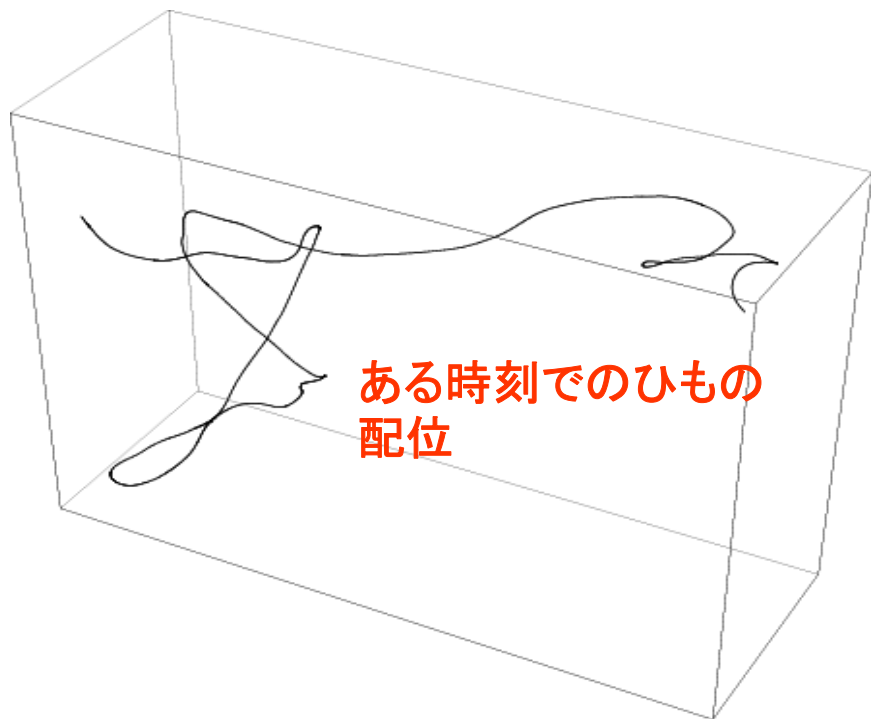


ひもの配位がランダムな場合

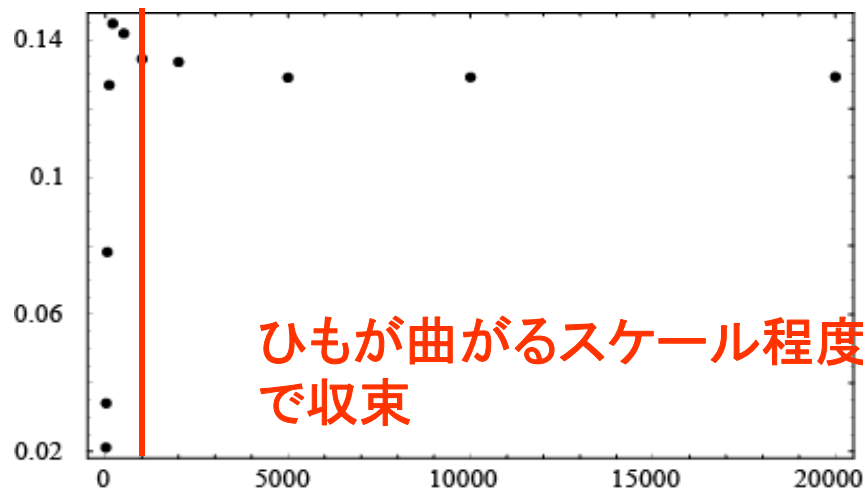
数値的に $\vec{X}(t, \sigma)$ を与え、 $h_{\mu\nu}$ を求める $ds^2 = (\eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu})dx^\mu dx^\nu$

$$h = \int_{-\Lambda}^{\Lambda} d\sigma \dots$$

Λ : 数値計算では無限遠までひもを用意できないので、カットオフを入れる



h のカットオフ依存性



カットオフ Λ

ひもの曲がりのスケールより離れた点からの影響は無視できる

まとめ

(曲がった)長い宇宙ひもによる重力レンズの研究はほぼ皆無

そこで長い宇宙ひもによる重力レンズを調べた

- 右向きor左向きの波が片方のみ存在するときは、遠方のひもの運動が増光に効く
- 右向き・左向きの波が両方存在すれば、遠方のひもの運動は増光に影響しない
- 現実には、ひものネットワークには、右向き・左向きの両方の波が存在するので、増光はひものローカルな情報で決まるだろう

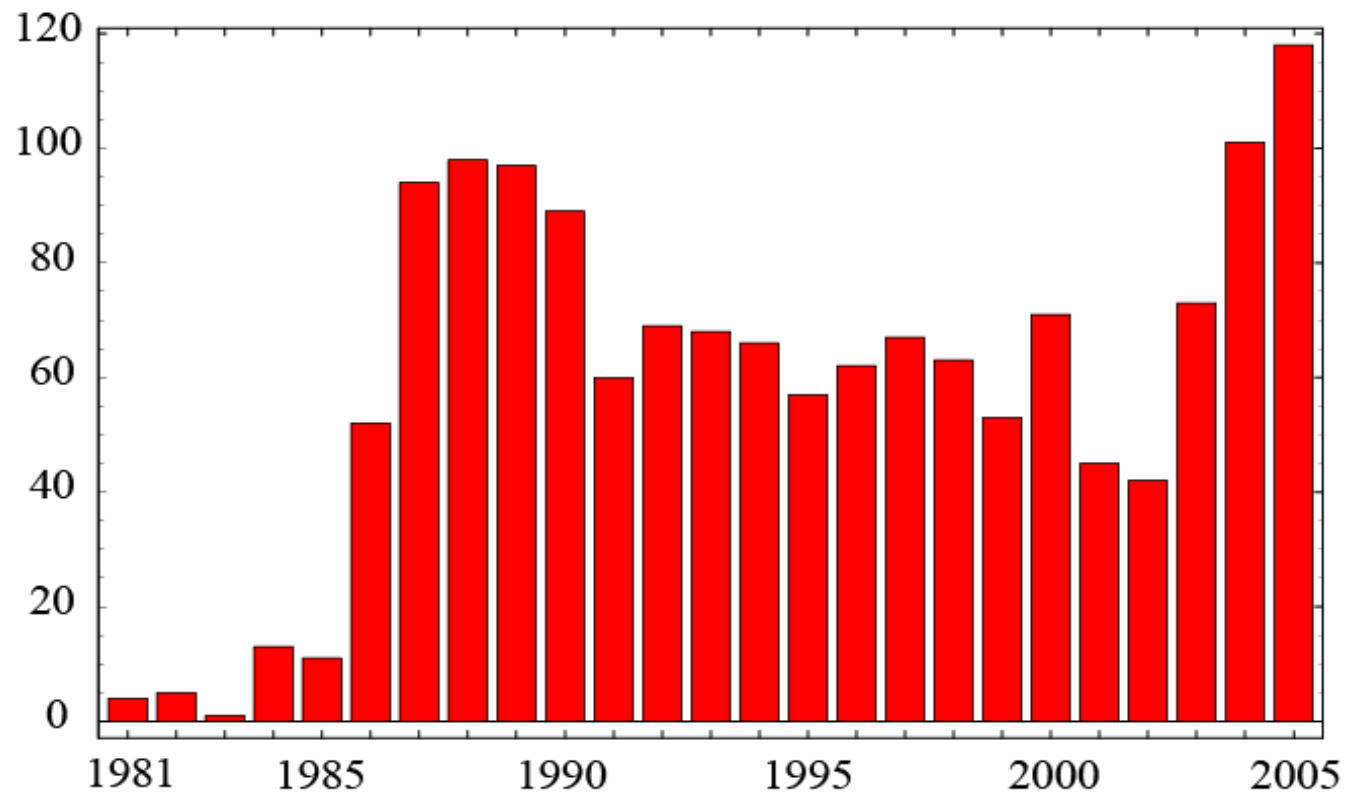
これから

- CSL-1が宇宙ひもで説明可能かどうか調べる

予備

Cosmic string

Cosmic stringに関する論文数



重力レンズ(一般論)

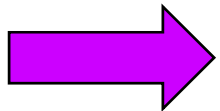
$$ds^2 = (\eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu})dx^\mu dx^\nu \quad h_{\mu\nu}: \text{レンズ天体が作る計量揺らぎ}$$

$$|h| \ll 1 \text{ とする}$$

$$\psi_{\mu\nu} \equiv h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h \text{ を導入}$$

・アインシュタイン方程式

$$\square\psi_{\mu\nu} = -16\pi GT_{\mu\nu} \quad T_{\mu\nu}: \text{レンズ天体のエネルギー-運動量テンソル}$$

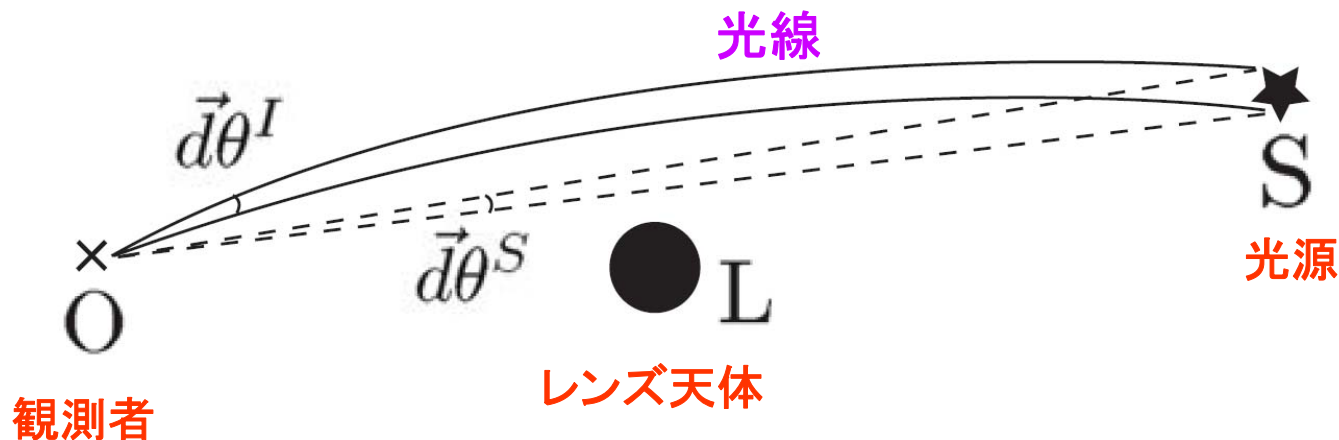


$$\psi_{\mu\nu}(t, \vec{x}) = 4G \int dt' d^3x' \frac{T_{\mu\nu}(t', \vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \delta(t' - t + |\vec{x} - \vec{x}'|)$$

•増光行列

A_{ab} :天球面上で定義される 2×2 行列 (重力レンズの性質を決める)

$$d\theta_a^S = A_{ab}(x^a) d\theta_b^I \quad \text{例えば 増光率} = (\det A)^{-1}$$



$$\frac{D^2}{d^2\lambda} \xi^\mu = R^\mu{}_{\nu\alpha\beta} k^\nu k^\alpha \xi^\beta$$

ξ^μ :二つの測地線の差

$$k^\mu \equiv \frac{d\bar{x}^\mu}{d\lambda}$$

$$\theta_a^S D_{OS} = \xi_a(\lambda_S)$$

$$\theta_a^I = \dot{\xi}_a(0)$$

増光行列＝リーマンテンソルを測地線に沿って積分

$$A_{ab}(x^a) = \delta_{ab} + \frac{1}{D_{OS}} \int_0^{D_{OS}} d\lambda \lambda (D_{OS} - \lambda) \left[\partial_{ab} \Phi(x^a, z(\lambda), t(\lambda)) \right. \\ \left. + \Psi_{ab}(x^a, z(\lambda), t(\lambda)) \right] + \mathcal{O}(\hbar^2)$$

$\hbar$ の一次

ここで

$$\Phi(t, \vec{x}) \equiv \frac{1}{2} \psi_{\mu\nu} k^\mu k^\nu$$

$$\Psi_{ab}(t, \vec{x}) \equiv -\frac{1}{2} k^\rho k^\sigma (\psi_{\mu\sigma, \nu\rho} + \psi_{\nu\sigma, \mu\rho} - \psi_{\mu\nu, \rho\sigma}) n_a^\mu n_b^\mu - \frac{1}{4} \delta_{ab} \frac{d^2 \psi}{d\lambda^2}$$

$T_{\mu\nu} \longrightarrow \psi_{\mu\nu} \longrightarrow A_{ab}$ の順に計算すればよい

宇宙ひもの運動 ($T_{\mu\nu}$ を与える)

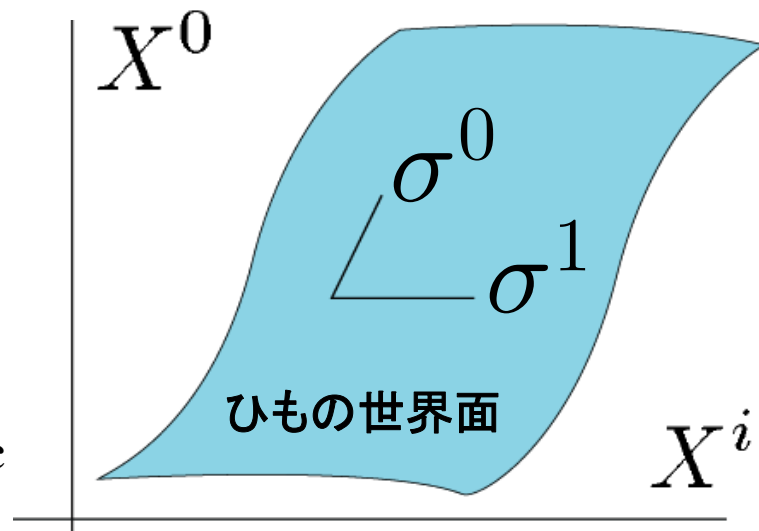
• ひもの作用: 南部・後藤作用

$$S_{\text{NG}} = -\mu \int d^2\sigma \sqrt{-\gamma}$$

$$\gamma_{AB} = \partial_A X^\mu \partial_B X_\mu$$

世界面上のinduced metric

$X^\mu(\sigma)$: ひもの位置



• 運動方程式

ゲージ条件 $\gamma_{01} = 0, \quad \gamma_{00} + \gamma_{11} = 0$

$$\sigma^0 = t, \quad \sigma \equiv \sigma^1$$

➡
$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial \sigma^2} \right) X^\mu(t, \sigma) = 0$$

•運動方程式の解

$$\vec{X}(t, \sigma) = \frac{1}{2} \left(\underbrace{\vec{X}_+(\sigma_+)}_{\text{左向き}} + \underbrace{\vec{X}_-(\sigma_-)}_{\text{右向き}} \right) \quad \sigma_{\pm} \equiv t \pm \sigma$$

ただし $\dot{\vec{X}}_{\pm}^2 = 1$



$$T^{\mu\nu}(x) = -\mu \int d\sigma \left(\dot{X}^{\mu}(t, \sigma) \dot{X}^{\nu}(t, \sigma) - X^{\mu'}(t, \sigma) X^{\nu'}(t, \sigma) \right) \delta(\vec{x} - \vec{X}(t, \sigma))$$

•Metric perturbation

$$\psi^{\mu\nu} = -4G\mu \int_{-\infty}^{\infty} d\sigma \frac{\dot{X}^{\mu}(t_*, \sigma) \dot{X}^{\nu}(t_*, \sigma) - X^{\mu'}(t_*, \sigma) X^{\nu'}(t_*, \sigma)}{|\vec{x} - \vec{X}(t_*, \sigma)| - (\vec{x} - \vec{X}(t_*, \sigma)) \cdot \dot{\vec{X}}(t_*, \sigma)}$$

$$t_* = t - |\vec{x} - \vec{X}(t_*, \sigma)| \quad \text{:retarded time}$$

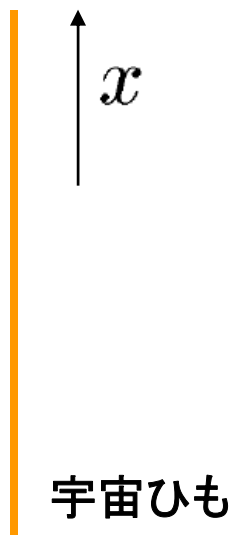
ひもが少しでも真っ直ぐから揺らいている場合

- ・真っ直ぐな宇宙ひも (揺らぎの0次)

$$\vec{X}_{\pm}^{(0)}(\sigma_{\pm}) = (\pm\sigma_{\pm}, 0, 0)$$

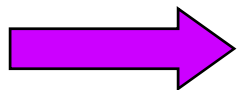
➡ $\vec{X}^{(0)}(t, \sigma) = (\sigma, 0, 0)$

$$\dot{\vec{X}}^{(0)}(t, \sigma) = 0$$



Metric perturbation

$$\psi_{(0)}^{00} = -\psi_{(0)}^{11} = -4G\mu \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\sigma}{\sqrt{(x - \sigma)^2 + x_{\perp}^2}}$$



$$\partial_{ab}\Phi^{(0)} + \Psi_{ab}^{(0)} = 0 \quad \Rightarrow \quad A_{ab}(x^a) = \delta_{ab}$$

・揺らぎの1次

$$\vec{X}(t, \sigma) = \left(\sigma, \frac{1}{2}(\xi_+^\perp(\sigma_+) + \xi_-^\perp(\sigma_-)) \right) \quad \text{x方向の揺らぎは二次の量}$$

$\mathcal{O}(\epsilon)$ の量とする $\epsilon \ll 1$

発散しそうな成分

$$\psi_{(1)}^{0a} = -\psi_{+, (1)}^a - \psi_{-, (1)}^a \quad \psi_{(1)}^{1a} = \psi_{+, (1)}^a - \psi_{-, (1)}^a \quad a = 2, 3$$

ここで

$$\psi_{\pm, (1)}^a \equiv 2G\mu \int_{-\infty}^{\infty} d\sigma \frac{\dot{\xi}_{\pm}^a(\sigma_{\pm}^*)}{\sqrt{(x - \sigma)^2 + x_{\perp}^2}} \quad \sigma_{\pm}^* \equiv t_* \pm \sigma$$

$\psi_{+, (1)}^a$ を考える

$$t_* = t - |\vec{x} - \vec{X}(t_*, \sigma)|$$

$$\sigma_+^* = t + x + \mathcal{O}(\sigma^{-1}) \quad \text{for } \sigma \rightarrow \infty$$

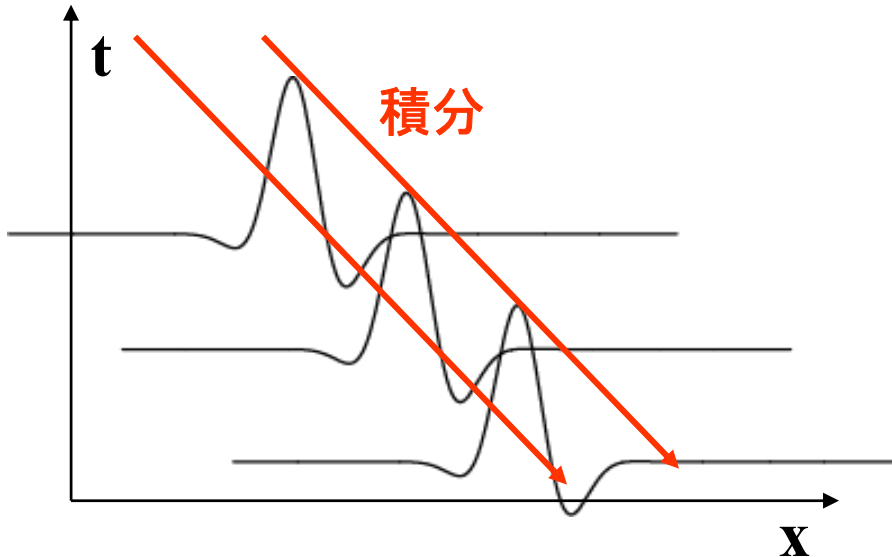
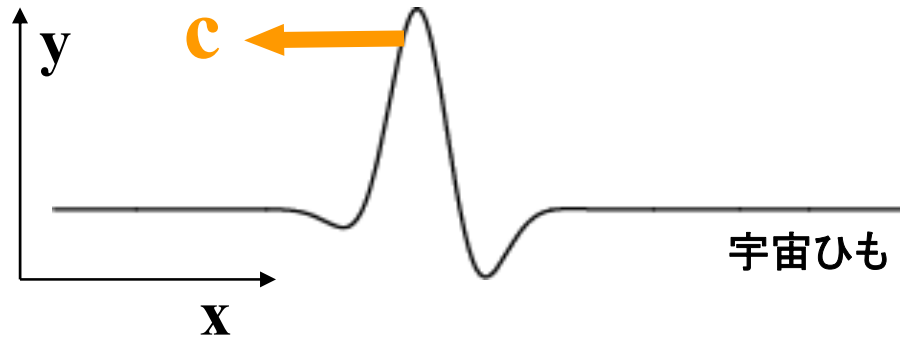
$\sigma \rightarrow \infty$ で積分は

$$2G\mu \dot{\xi}_+^a(t + x) \int^{\infty} \frac{d\sigma}{\sigma}$$

対数発散

どういう発散か？

ξ_+^2 の波だけがあったとする



$$\sim \int^{\infty} d\sigma \frac{f(t+x)}{\sigma}$$

発散

発散は、遠方のひもの運動が増光に効くことを意味する

・揺らぎの2次

$$\mp 2\dot{\xi}_{\pm}^1 = (\dot{\xi}_{\pm}^2)^2 + (\dot{\xi}_{\pm}^3)^2$$

発散しそうな成分

$$\psi_{(2)}^{00} \sim \psi_{+,(2)} + \psi_{-,(2)}$$

$$\psi_{(2)}^{01} = -\psi_{+,(2)} + \psi_{-,(2)}$$

$$\psi_{(2)}^{11} \sim \psi_{+,(2)} + \psi_{-,(2)}$$

ここで

$$\psi_{\pm,(2)} \equiv -G\mu \int_{-\infty}^{\infty} d\sigma \frac{\dot{\xi}_{\pm}^{\perp 2}(\sigma_{\pm}^*)}{\sqrt{(x-\sigma)^2 + x_{\perp}^2}}$$

$\psi_{+,(2)}$ を考える

$$\sigma \rightarrow \text{大で積分は} \quad G\mu \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\sigma}{\sigma} \dot{\xi}_{+}^{\perp 2}(\sigma_{+}^*)$$

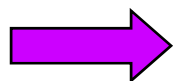
ここで

$$\begin{aligned} \sigma_{+}^* &\approx t + x - \frac{1}{2}\xi_{-}^1(t + x - 2\sigma) \\ &= t + x - \frac{1}{4} \int_0^{t+x-2\sigma} du \dot{\xi}_{-}^{\perp 2}(u) \end{aligned}$$

$$\dot{\xi}_+^\perp(u) = \int dk e^{iku} \vec{v}_{+,k} \quad \text{で、} \vec{v}_{+,k} \text{ を導入}$$

$$G\mu \int^\infty \frac{d\sigma}{\sigma} \dot{\xi}_+^\perp{}^2(\sigma_+^*) \approx -G\mu \int^\infty \frac{d\sigma}{\sigma} \int dk P_+(k) \exp[ik(t+x)] \\ \times \exp\left[-\frac{ik}{2} \int \frac{dq}{q} e^{-iq} \sin q P_- \left(\frac{q}{\sigma}\right)\right],$$

$$P_\pm(k) \equiv \int dk' \vec{v}_{\pm,k'} \cdot \vec{v}_{\pm,k-k'}$$



$$\partial_x \psi_{+,(2)} \sim \partial_t \psi_{+,(2)} \\ \sim -G\mu \int^\infty \frac{d\sigma}{\sigma} \int dk P_+(k) ik \exp[ik(t+x)] \\ \times \exp\left[-\frac{ik}{2} \int \frac{dq}{q} e^{-iq} \sin q P_- \left(\frac{q}{\sigma}\right)\right]$$

$P_-(q) = P_-(0) + P'_-(0)q + \mathcal{O}(q^2)$ と書けるなら、 $\partial_x \psi_{+,(2)} - \partial_t \psi_{+,(2)}$ は発散

•一つの例外

ひもの揺らぎに特別な点がない場合



どの場所も同じように揺れている

$$P_{\pm}(k) \equiv \int dk' \vec{v}_{\pm,k'} \cdot \vec{v}_{\pm,k-k'} = \int \frac{du}{2\pi} \dot{\xi}_{\pm}^{\perp 2}(u) e^{-iku}$$



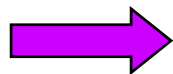
$$P_{\pm}(q) = \langle \dot{\xi}_{\pm}^{\perp 2}(u) \rangle \delta(q) + F_{\pm}(q)$$

Fは $F_{\pm}(0) = 0$

を満たす滑らかな関数

積分の中の指数は

$$-\frac{ik}{2} \int \frac{dq}{q} e^{-iq} \sin q P_{-} \left(\frac{q}{\sigma} \right) = -\frac{ik}{4} \langle \dot{\xi}_{-}^{\perp 2}(u) \rangle \sigma + \mathcal{O}(\sigma^{-1})$$



$$\begin{aligned} &\sim G\mu \int^{\infty} \frac{d\sigma}{\sigma} \int dk P_{+}(k) ik \exp \left(ik(t+x) - \frac{ik}{4} \langle \dot{\xi}_{-}^{\perp 2}(u) \rangle \sigma \right) \\ &= -\frac{4G\mu}{\langle \dot{\xi}_{-}^{\perp 2}(u) \rangle} \int dk F_{+}(k) \int^{\infty} \frac{d\sigma}{\sigma^2} \exp \left(ik(t+x) - \frac{ik}{4} \langle \dot{\xi}_{-}^{\perp 2}(u) \rangle \sigma \right) \end{aligned}$$

収束

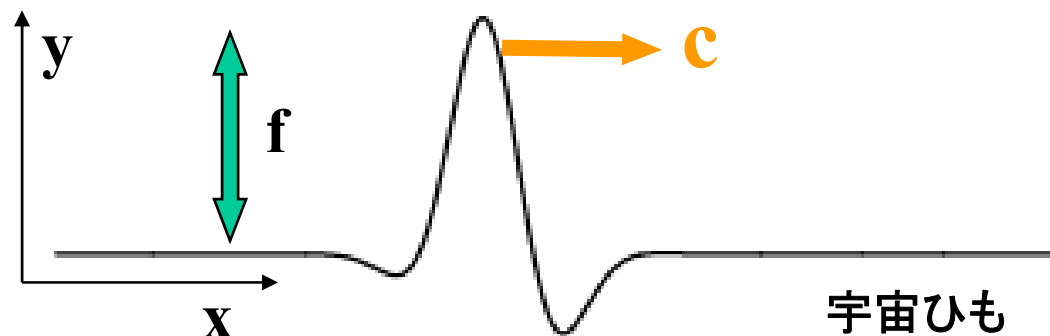
Traveling waveの場合

世界面上の座標を $\sigma^0 = t$, $\sigma^1 = x$ に選ぶ

•ひもの運動方程式の解

$$y(t, x) = f(t - x), \quad z(t, x) = g(t - x)$$

f, gは任意関数



f, gが十分小さい場合

この解は $\xi_+^a(\sigma_+) = 0$, $\xi_-^2(\sigma_-) = f(\sigma_-)$, $\xi_-^3(\sigma_-) = g(\sigma_-)$ に帰着する

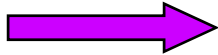
•Traveling wave stringのまわりのmetric perturbation

$$\begin{aligned}\psi^{00} &= \psi^{(0)} + \psi^{(2)}, & \psi^{02} &= \psi^{(1)}, \\ \psi^{01} &= \psi^{(2)}, & \psi^{12} &= \psi^{02}, \\ \psi^{11} &= -\psi^{(0)} + \psi^{(2)}, & \psi^{ab} &= 0,\end{aligned}$$

$$\text{ここで} \quad \psi^{(i)} = -4G\mu \int_{-\infty}^0 \frac{dq}{q} \dot{f}^i(q + t - x)$$

線型の場合と同じ原因で発散が生じる

まとめと

	揺らぎの大きさに関係なく	
片方(右向きor左向き)のモードだけ存在		発散
	少なくとも摂動論の範囲では	
両方のモードがひも上の至る所に存在		収束

数値的にmetric perturbationを評価する

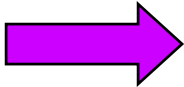
$$\partial_a \psi^{00} \sim -2G\mu \int d\sigma \frac{\vec{X}(t_*, \sigma) \cdot \ddot{\vec{X}}(t_*, \sigma) X^a(t_*, \sigma)}{\left(|\vec{X}(t_*, \sigma)| + \vec{X}(t_*, \sigma) \cdot \ddot{\vec{X}}(t_*, \sigma) \right)^3},$$

•宇宙ひもの運動

$$\vec{X}(t, \sigma) = \frac{1}{2} \left(\vec{X}_+(\sigma_+) + \vec{X}_-(\sigma_-) \right) \quad \sigma_{\pm} \equiv t \pm \sigma$$

ただし $\dot{\vec{X}}_{\pm}^2 = 1$

•計算の流れ

数値的に $\vec{X}_{\pm}(\sigma)$ を決める  $\psi_{\mu\nu}$ を求める

•具体的な計算手順

$\dot{X}_{\pm}(\sigma)$ は単位ベクトル $\longrightarrow \dot{X}_{\pm}(\sigma) = R_{\pm}(\sigma)\vec{u}$ $R_{\pm}(\sigma)$ は回転行列
 $\vec{u}$ は、基準となるベクトル

$R_{\pm}(\sigma)$ は、次の微分方程式を解いて決めることにする

$$\frac{d}{d\sigma}R_{\pm}(\sigma) = \xi_{\pm}^a(\sigma)T_a R_{\pm}(\sigma)$$

$$T^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad T^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad T^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\longrightarrow \xi_{\pm}^a(\sigma)$ が与えられれば、string の運動が決まる。

$\xi_{\pm}^a(\sigma)$ を与える

$$\xi_{\pm}^a(\sigma_n) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N-1} \xi_{\pm,j}^a e^{-i\frac{2\pi}{N}nj}$$

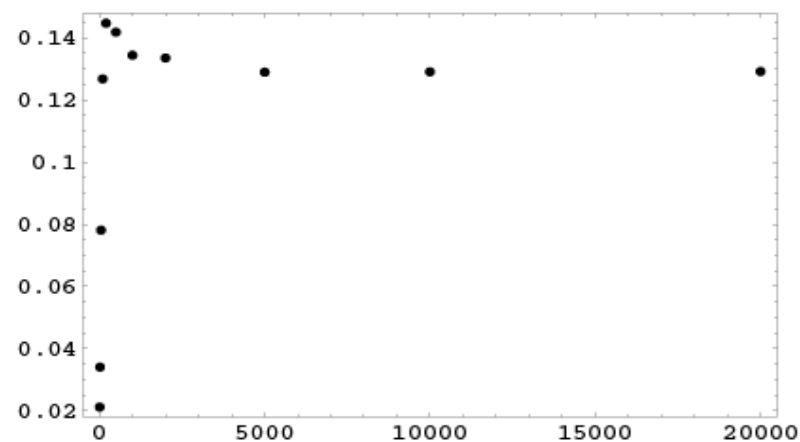
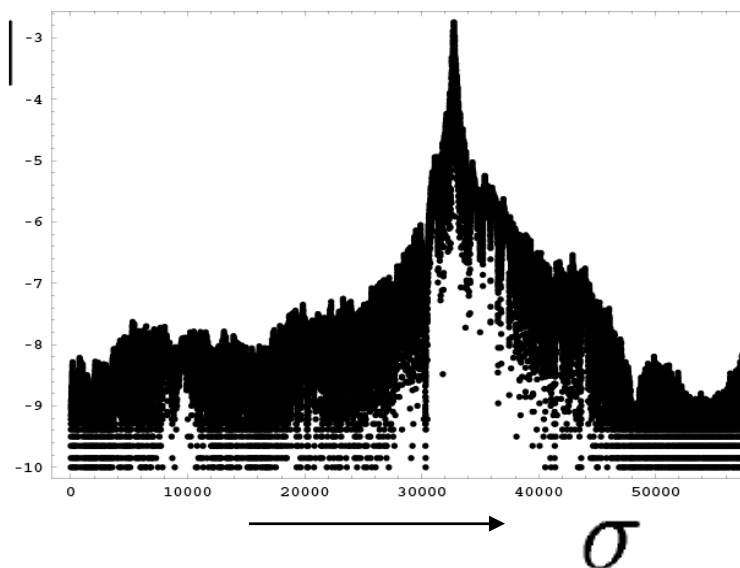
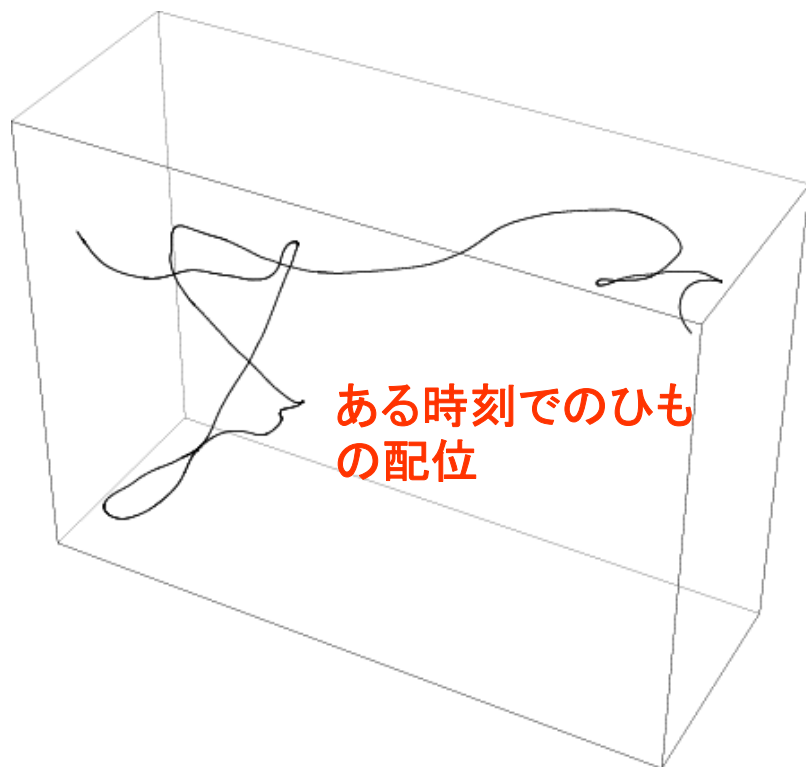
$$\langle \xi_{\pm,j}^a \xi_{\pm,k}^{b*} \rangle = \frac{N^2}{j} \underline{\mathcal{P}_{\xi,j}} \delta_{j,k} \delta^{a,b}$$

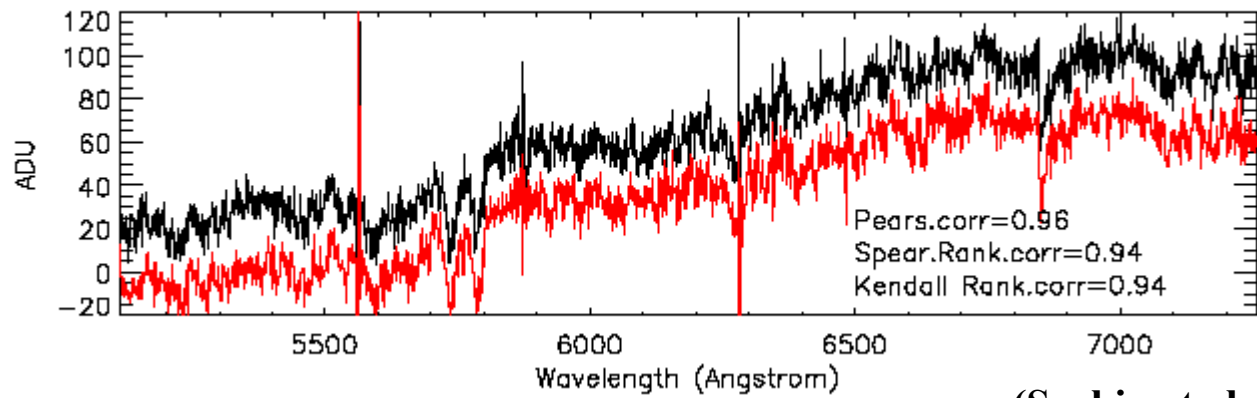
パワースペクトル

•計算結果その1

$$\partial_x \psi^{00} = \int d\sigma F(\sigma)$$

$$\log_{10} |F(\sigma)|$$





(Sazhin et al., 05)