重力は基本的な力か！？
E. Verlindeの仕事の紹介

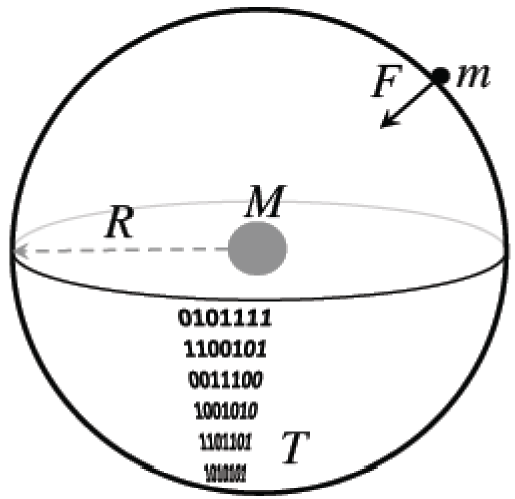
百武慶文（KEK）

E. Verlinde, arXiv:1001.0785

1、On the Origin of Gravity and the Laws of Newton

物体間に働く力 F は熱力学の法則から求められる。

$$F\Delta x = T\Delta S$$



エントロピーの変化分 ΔS はテスト粒子の質量 m
と変位 Δx に比例すると仮定する。

$$\Delta S = 2\pi k_B \frac{mc}{\hbar}\Delta x$$

温度 T は質量 M の物体を統計力学的に解釈して求める。
特に状態数 N は面積 A に比例すると仮定する。

$$E = Mc^2 = \frac{1}{2}Nk_BT \qquad N = \frac{Ac^3}{G\hbar} \qquad A = 4\pi R^2$$

以上を組み合わせると、Newtonの法則を導出できる。

$$F = G\frac{Mm}{R^2}$$

E. Verlinde, hep-th/0008140

２、On the Holographic Principle in a Radiation Dominated Universe

(n + 1) dimensional radiation dominated closed Friedman-Robertson-Walker (FRW) universe ⟷ The radiation is described by an interacting conformal field theory (CFT)

FRW方程式

$$ds^2 = -dt^2 + R^2(t)d\Omega_n^2$$

$$V = \mathrm{Vol}(S^n)R^n$$

$$H^2 = \frac{16\pi G}{n(n-1)}\frac{E}{V} - \frac{1}{R^2}$$

$$\dot{H} = -\frac{8\pi G}{n-1}\left(\frac{E}{V} + p\right) + \frac{1}{R^2}$$

(n+1) dim. “Cardy公式”

$$S = \frac{2\pi R}{\sqrt{ab}}\sqrt{E_C(2E - E_C)}$$

a,bは未定定数

(n+1) dim. “Cardy公式”

Energy is extensive

$$E(\lambda S, \lambda V) = \lambda E(S, V) \quad \Rightarrow \quad E = V\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_S + S\left(\frac{\partial E}{\partial S}\right)_V$$

$$= -pV + TS$$

Casimir energy leads to sub-extensive contribution

$$E_C \equiv n(E + pV - TS)$$

$$E_C(\lambda S, \lambda V) = \underline{\lambda^{1-2/n}} E_C(S, V)$$

微分2個分の寄与 $\partial \sim V^{-1/n}$

Total energy is given by

$$E(S,V) = \underbrace{E_E(S,V)}_{\text{extensive}} + \frac{1}{2}E_C(S,V)$$

From conformal invariance, ER is independent of V .
Extensive and non-extensive behaviors become

$$E_E = \frac{a}{4\pi R}S^{1+1/n} \qquad E_C = \frac{b}{2\pi R}S^{1-1/n}$$

a,bは未定定数

From these, the entropy is given by

$$S = \frac{2\pi R}{\sqrt{ab}}\sqrt{E_C(2E - E_C)}.$$

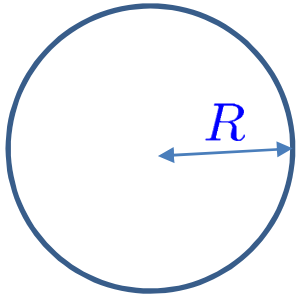
FRW方程式とentropy bound

Bekenstein bound

$$S \leq S_B \equiv \frac{2\pi}{n} ER \qquad \text{for} \qquad HR \leq 1$$

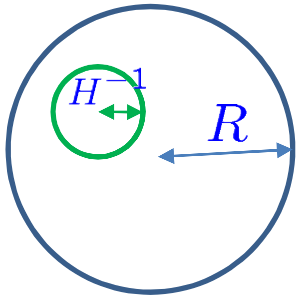
Bekenstein-Hawking bound (ブラックホールを考慮)

$$HR \lessgtr 1 \quad \underset{\text{FRW}}{\Leftrightarrow} \quad S_B \lessgtr S_{BH} \equiv (n-1)\frac{V}{4GR}$$



Hubble bound（多数のブラックホールを考慮）

$$S \leq S_H \equiv (n-1)\frac{HV}{4G} = (n-1)\frac{V_H}{4GH^{-1}} \times \frac{V}{V_H}$$



“Bekenstein-Hawking” energy

$$\frac{2\pi}{n} E_{BH} R \equiv (n-1) \frac{V}{4GR}$$

$$\begin{array}{llllll} E & \leq & E_{BH} & \text{for} & HR \leq 1 & \text{Weakly self-gravitating} \\ E & \geq & E_{BH} & \text{for} & HR \geq 1 & \text{Strongly gravitating} \end{array}$$

Hubble entropy の変形

$$S_H = \frac{2\pi}{n} R \sqrt{E_{BH}\left(2E - E_{BH}\right)}$$

Cardy公式とほぼ同じ表式が得られた。
特に $E_C = E_{BH}$ のときに一致。

Entropy bound 〜 $E_C \leq E_{BH}$

３、まとめ

Newtonの運動方程式を統計熱力学の観点から``導出”した。
重力はエントロピック力として理解できる。

T. Jacobson,…

FRW方程式とCardy公式の間にある関係を述べた。

重力は基本的な力ではない？？？

夕食前に温泉に行ける程度に、
反論してください。